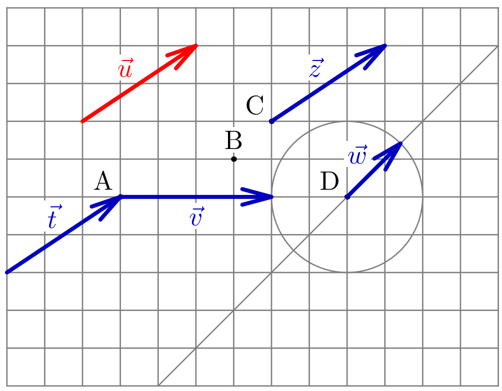
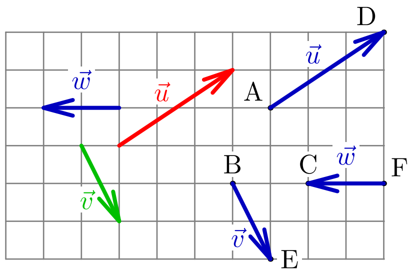
Chpt.2 – Vecteurs et géométrie repérée
Exercices supplémentaires
Corrigés

Ex. 1



Ex. 2



Ex. 3

1. Faux : ZMRH est un parallélogramme.
2. Faux : M est l'image de Z par la translation de vecteur $\overrightarrow{\mathrm{HR}}$.
3. Vrai, car $\overrightarrow{\mathrm{RH}} = \overrightarrow{\mathrm{MZ}}$, donc $\overrightarrow{\mathrm{ZM}} = \overrightarrow{\mathrm{HR}}$, donc R est l'image de H par la translation de vecteur $\overrightarrow{\mathrm{ZM}}$.
4. Faux :[RM] et [ZH] ont même milieu, mais a priori [RM] et [ZH] n'ont pas le même milieu.

Ex. 4

1. Vrai, car d'après la deuxième caractérisation d'un parallélogramme, $\overrightarrow{\mathrm{RH}} + \overrightarrow{\mathrm{RT}} = \overrightarrow{\mathrm{RY}}$ si et seulement si RHYT est un parallélogramme.
2. Faux : $\overrightarrow{\mathrm{RH}} = \overrightarrow{\mathrm{TY}}$.
3. Faux.
4. Faux. L'égalité vectorielle $\overrightarrow{\mathrm{RH}}+\overrightarrow{\mathrm{RT}} = \overrightarrow{\mathrm{RY}}$ n'implique pas l'égalité numérique $\mathrm{RH} + \mathrm{RT} = \mathrm{RY}$.

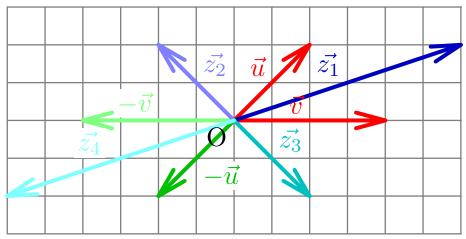
Ex. 5

1. $\vec{a} = \overrightarrow{\mathrm{AH}}$
2. $\vec{b} = \overrightarrow{\mathrm{EC}}$
3. $\vec{c} = \vec{0}$
4. $\vec{d} = \overrightarrow{\mathrm{EB}}$

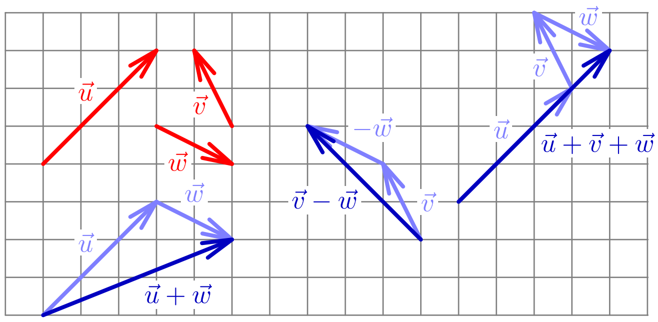
Ex. 6

- L'opposé de $\overrightarrow{\mathrm{AE}}$ est $-\overrightarrow{\mathrm{AE}} = \overrightarrow{\mathrm{EA}}$.
- Si ABCD est un parallélogramme alors $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \overrightarrow{\mathrm{DC}}$ (ou $\overrightarrow{\mathrm{AD}} = \overrightarrow{\mathrm{BC}}$).
- Si $\overrightarrow{\mathrm{AB}} = \overrightarrow{\mathrm{CD}}$ alors ABDC est un parallélogramme.
- Si $\overrightarrow{\mathrm{AC}} = \overrightarrow{\mathrm{BD}}$ alors [AB] et [CD] ont même longueur.

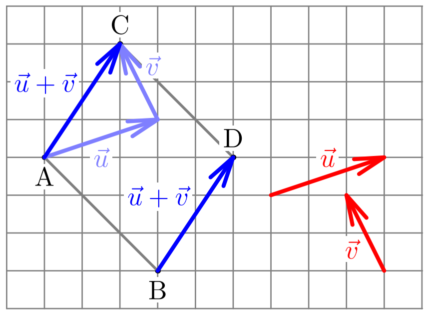
Ex. 7



Ex. 8



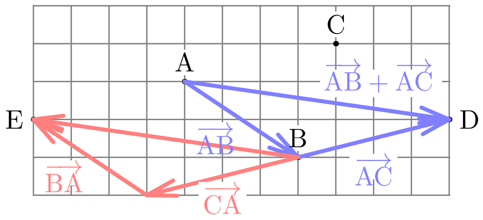
Ex. 9



3. a) On sait que $\overrightarrow{\mathrm{AC}} = \vec{u} + \vec{v}$ et que $\overrightarrow{\mathrm{BD}} = \vec{u} + \vec{v}$, donc $\overrightarrow{\mathrm{AC}} = \overrightarrow{\mathrm{BD}}$

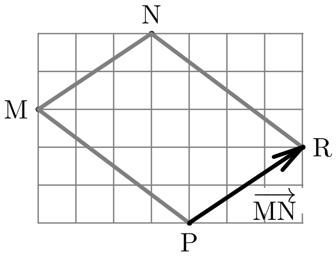
   b) On sait que ABDC est un parallélogramme si et seulement si $\overrightarrow{\mathrm{AC}} = \overrightarrow{\mathrm{BD}}$, or $\overrightarrow{\mathrm{AC}} = \overrightarrow{\mathrm{BD}}$, donc ABDC est un parallélogramme.

Ex. 10 ★★☆☆☆



Ex. 11 ★★★☆☆

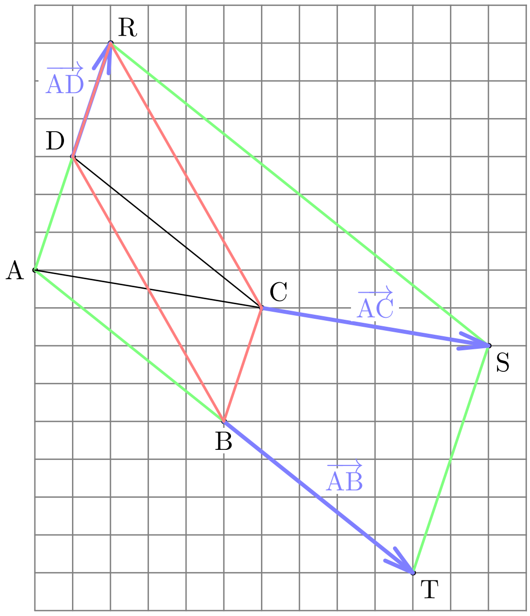
1.



2. Le point R est l'image de P par la translation de vecteur $\overrightarrow{MN}$, donc $\overrightarrow{PR}=\overrightarrow{MN}$.
   On a $\overrightarrow{PR}=\overrightarrow{MN}$ donc PRNM est un parallélogramme.
   Le quadrilatère PRNM est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{PM}=\overrightarrow{RN}$.
   On a $\overrightarrow{PM}=\overrightarrow{RN}$ donc N est l'image de R par la translation de vecteur $\overrightarrow{PM}$.

Ex. 12 ★★★☆☆

1.



2.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{CT}&=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BT}\\&=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AB}\quad\text{car ABCD est un parallélogramme et}\\&\qquad\qquad\qquad\text{car T est l'image de B par la translation de vecteur }\overrightarrow{AB}\\&=\overrightarrow{DB}\end{aligned}$$

3. $\overrightarrow{DR}=\overrightarrow{AD}$ car R est l'image de D par la translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$.
   Or $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ car ABCD est un parallélogramme.
   Donc $\overrightarrow{DR}=\overrightarrow{BC}$, donc DRCB est un parallélogramme.

4. On sait, d'après la question 2, que $\overrightarrow{CT}=\overrightarrow{DB}$.
   Or DRCB est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{RC}$.
   Donc $\overrightarrow{CT}=\overrightarrow{RC}$, donc C est le milieu de [RT].

5. On sait que S est l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$, donc $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CS}$.
   On a $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CS}$, donc C est le milieu de [AS].
   On a démontré (à la question 4) que C est le milieu de [RT].
   Donc les diagonales [RT] et [AS] du quadrilatère ATSR se coupent en leur milieu, donc ATSR est un parallélogramme.