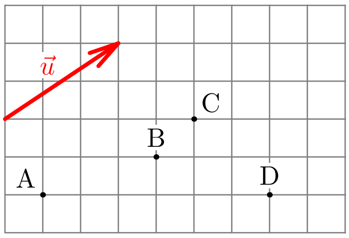
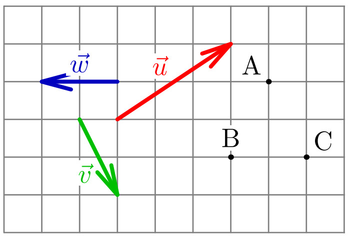
Chpt.2 – Vecteurs et géométrie repérée
Exercices supplémentaires

Ex. 1
On considère la figure ci-dessous où la distance entre deux lignes consécutives (verticales ou horizontales) du quadrillage est égale à 1.



1. Reproduire la figure.
2. Construire le vecteur $\vec{v}$ d'origine A, ayant pour direction la droite (AD), pour sens de A vers D et une norme égale à 4.
3. Construire le vecteur $\vec{w}$ d'origine D, ayant pour direction la droite (BC), pour sens de B vers C et une norme égale à 2.
4. Construire le vecteur $\vec{z}$, d'origine C, égal à $\vec{u}$.
5. Construire le vecteur $\vec{t}$, d'extrémité A, égal à $\vec{u}$.

Ex. 2
À partir de la figure ci-contre :



1. Construire le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \vec{u}$.
2. Construire le point E tel que $\overrightarrow{BE} = \vec{v}$.
3. Construire le point F tel que $\overrightarrow{FC} = \vec{w}$.

Ex. 3 Donner les réponses exactes.

On considère l'égalité vectorielle $\overrightarrow{RH} = \overrightarrow{MZ}$.

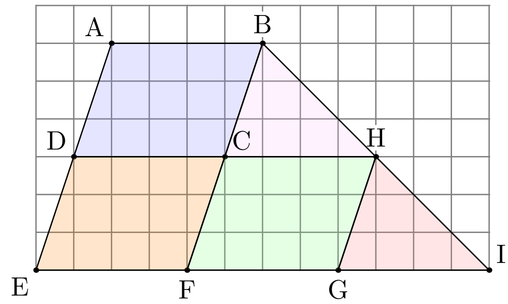
1. ZMHR est un parallélogramme.
2. M est l'image de Z par la translation de vecteur $\overrightarrow{RH}$.
3. R est l'image de H par la translation de vecteur $\overrightarrow{ZM}$.
4. [RM] et [ZH] ont même milieu.

Ex. 4 Donner les réponses exactes.

On suppose que $\overrightarrow{RH} + \overrightarrow{RT} = \overrightarrow{RY}$.

1. RHYT est un parallélogramme.
2. $\overrightarrow{RH}$ et $\overrightarrow{TY}$ sont opposés.
3. Il s'agit de la relation de Chasles.
4. RH + RT = RY.

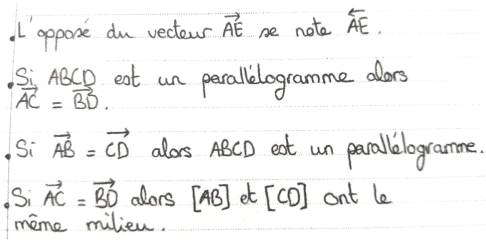
Ex. 5 On considère les points de la figure ci-dessous.



Simplifier les sommes suivantes.

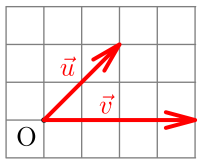
1. $\vec{a} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{HI}$
2. $\vec{b} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{ED}$
3. $\vec{c} = \overrightarrow{IG} + \overrightarrow{AB}$
4. $\vec{d} = 3\overrightarrow{EF} + 2\overrightarrow{IH}$

Ex. 6 Voici des extraits de copies d'élèves récupérés par un professeur.


- L'opposé du vecteur $\overrightarrow{AE}$ se note $\overleftarrow{AE}$.
- Si ABCD est un parallélogramme alors $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.
- Si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ alors ABCD est un parallélogramme.
- Si $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ alors [AB] et [CD] ont le même milieu.

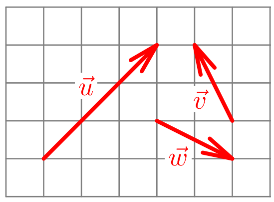
À l'aide d'un schéma, d'une définition ou d'un contre-exemple, relever et expliquer les erreurs en justifiant.

Ex. 7
La figure ci-contre donne deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ d'origine O. Reproduire la figure et répondre aux questions suivantes.



1. Construire les vecteurs $-\vec{u}$ et $-\vec{v}$ d'origine O.
2. Construire un représentant, d'origine O, des vecteurs suivants.
   a) $\vec{z_1} = \vec{u} + \vec{v}$
   b) $\vec{z_2} = \vec{u} - \vec{v}$
   c) $\vec{z_3} = \vec{v} - \vec{u}$
   d) $\vec{z_4} = -\vec{u} - \vec{v}$

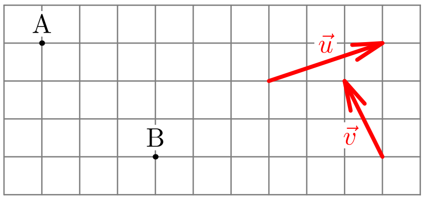
Ex. 8
Reproduire la figure ci-contre et construire les sommes suivantes.



1. $\vec{u} + \vec{w}$
2. $\vec{v} - \vec{w}$
3. $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$

Ex. 9

Reproduire la figure ci-contre en respectant le quadrillage.

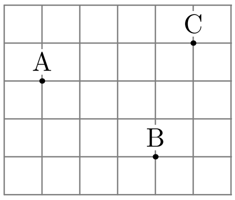


1. Construire le point C tel que $\overrightarrow{\mathrm{AC}} = \vec{u} + \vec{v}$.
2. Construire le point D tel que $\overrightarrow{\mathrm{BD}} = \vec{u} + \vec{v}$.
3. *a)* Que peut-on dire des vecteurs $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ et $\overrightarrow{\mathrm{BD}}$?

   b) En déduire la nature du quadrilatère ABDC.

Ex. 10

Reproduire la figure ci-contre et construire les points D et E tels que :



1. $\overrightarrow{\mathrm{AD}} = \overrightarrow{\mathrm{AB}} + \overrightarrow{\mathrm{AC}}$
2. $\overrightarrow{\mathrm{BE}} = \overrightarrow{\mathrm{CA}} - \overrightarrow{\mathrm{AB}}$

Ex. 11 Soient M, N et P trois points. On note R l'image de P par la translation de vecteur $\overrightarrow{\mathrm{MN}}$.

1. Faire une figure.
2. Démontrer que N est l'image de R par la translation de vecteur $\overrightarrow{\mathrm{PM}}$.

Ex. 12 Soit ABCD un parallélogramme. On note T l'image de B par la translation de $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$, R l'image de D par la translation de $\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ et S l'image de C par la translation de $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$.

1. Faire une figure.
2. Montrer que $\overrightarrow{\mathrm{CT}} = \overrightarrow{\mathrm{DB}}$.
3. Montrer que la quadrilatère DRCB est un parallélogramme.
4. Montrer que C est le milieu de [RT].
5. En déduire que ATSR est un parallélogramme.

Ex. 13

1. *a)* Construire un parallélogramme ABCD de centre O. Nommer I le milieu de [OC].

   b) Construire A′, symétrique de A par rapport à D, et O′, symétrique de O par rapport à B.
2. *a)* Démontrer que $\overrightarrow{\mathrm{A'C}} = \overrightarrow{\mathrm{DB}}$.

   b) Démontrer que $\overrightarrow{\mathrm{DB}} = \overrightarrow{\mathrm{OO'}}$.

   c) En déduire que I est le milieu de [A′O′].

Ex. 14 Soit ABCD un quadrilatère quelconque, I, J, K et L les milieux respectifs des segments [AB], [BC], [CD] et [DA]. On s'intéresse à la nature du quadrilatère IJKL.

1. À l'aide de plusieurs figures, conjecturer au brouillon la nature de IJKL (s'aider ici au besoin d'un logiciel de géométrie dynamique, par exemple geogebra).
2. Faire une figure correspondant aux données qui servira pour la suite de l'exercice.
3. En considrant le triangle ABC, démontrer que $\overrightarrow{\mathrm{AC}} = 2\overrightarrow{\mathrm{IJ}}$.
4. Semblablement, démontrer que $\overrightarrow{\mathrm{AC}} = 2\overrightarrow{\mathrm{LK}}$.
5. En déduire une preuve de la conjecture précédemment formulée.
6. Énoncer le théorème qui vient d'être démontré. Ce theorème porte le nom de son découvreur : Pierre Varignon (1654–1722).