

Activité sur les translations et vecteurs

F. Baldit

Lycée Saint-Marc

2020/21

Objectifs: comprendre les notions de:

- **translation** d'un point vers un autre

Objectifs: comprendre les notions de:

- **translation** d'un point vers un autre
- **vecteur** associé à une translation

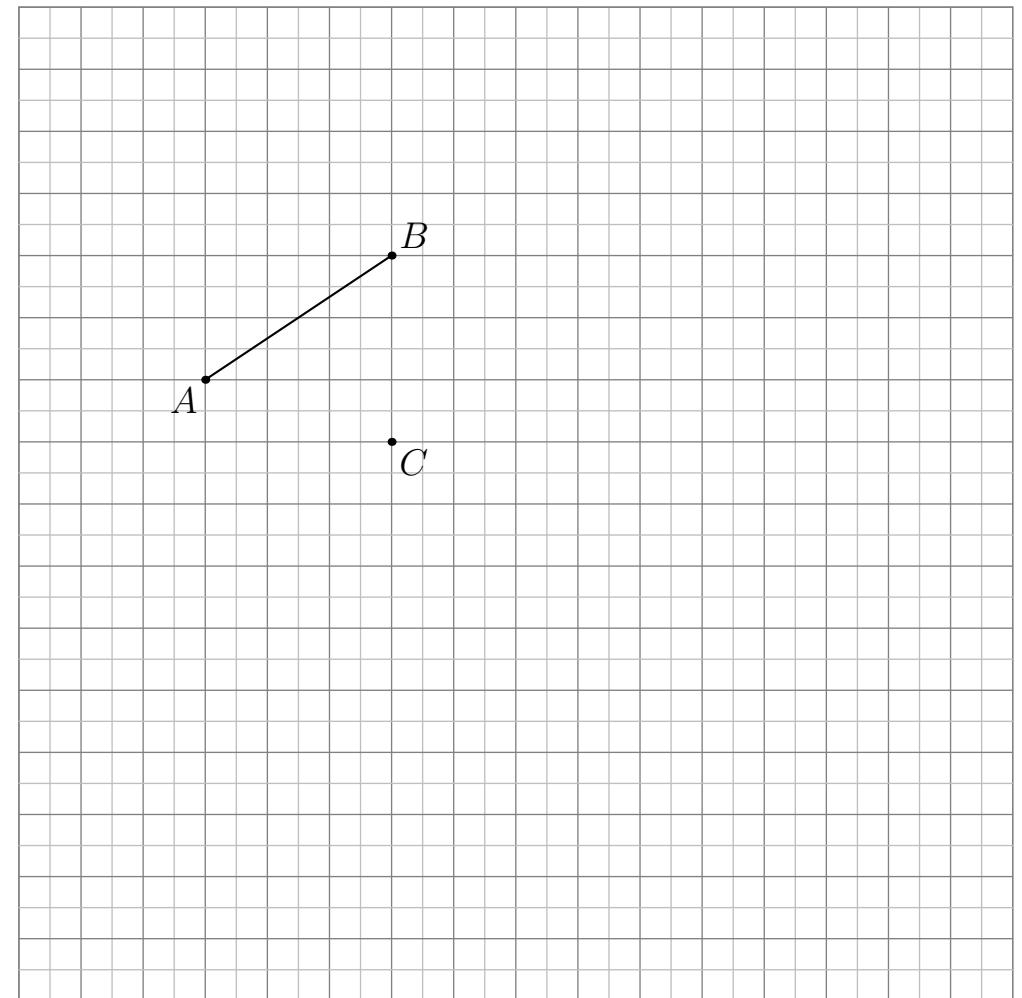
Objectifs: comprendre les notions de:

- **translation** d'un point vers un autre
- **vecteur** associé à une translation
- égalité de deux vecteurs

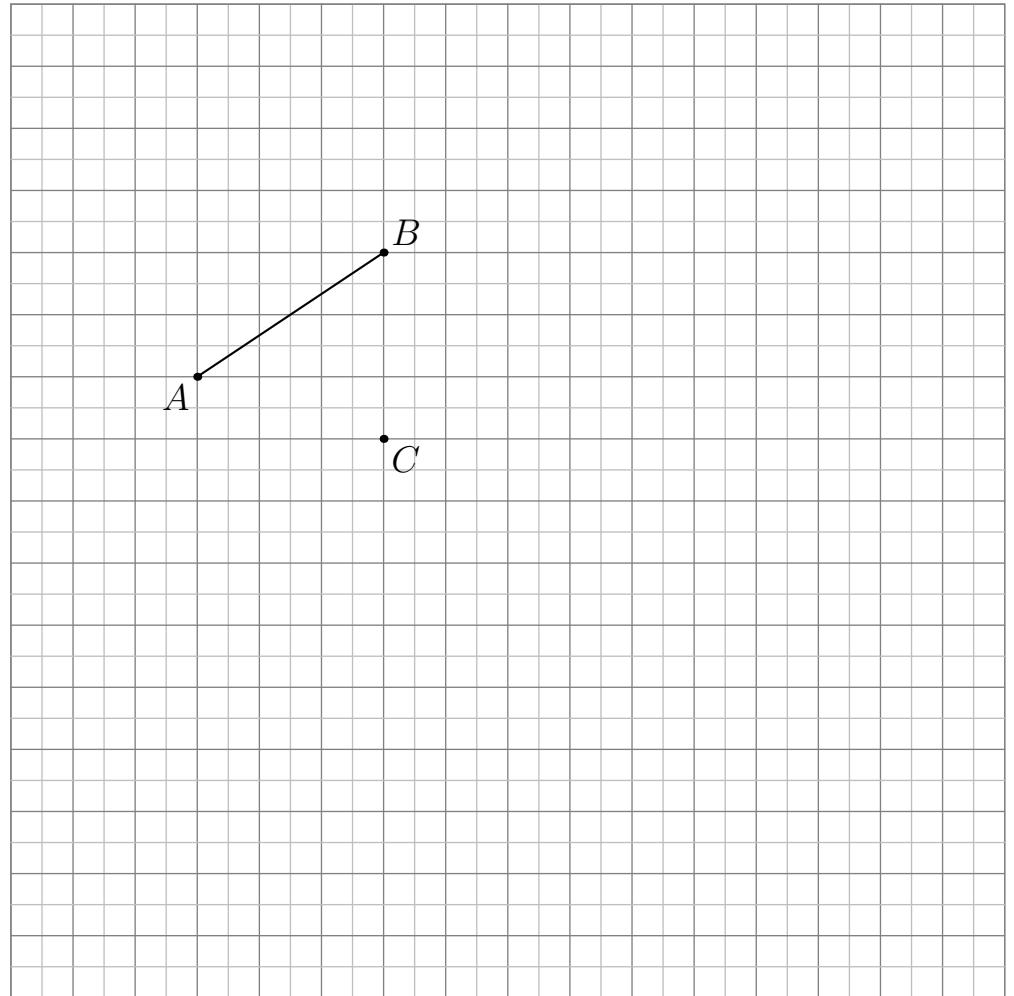
Objectifs: comprendre les notions de:

- **translation** d'un point vers un autre
- **vecteur** associé à une translation
- égalité de deux vecteurs
- somme de deux vecteurs

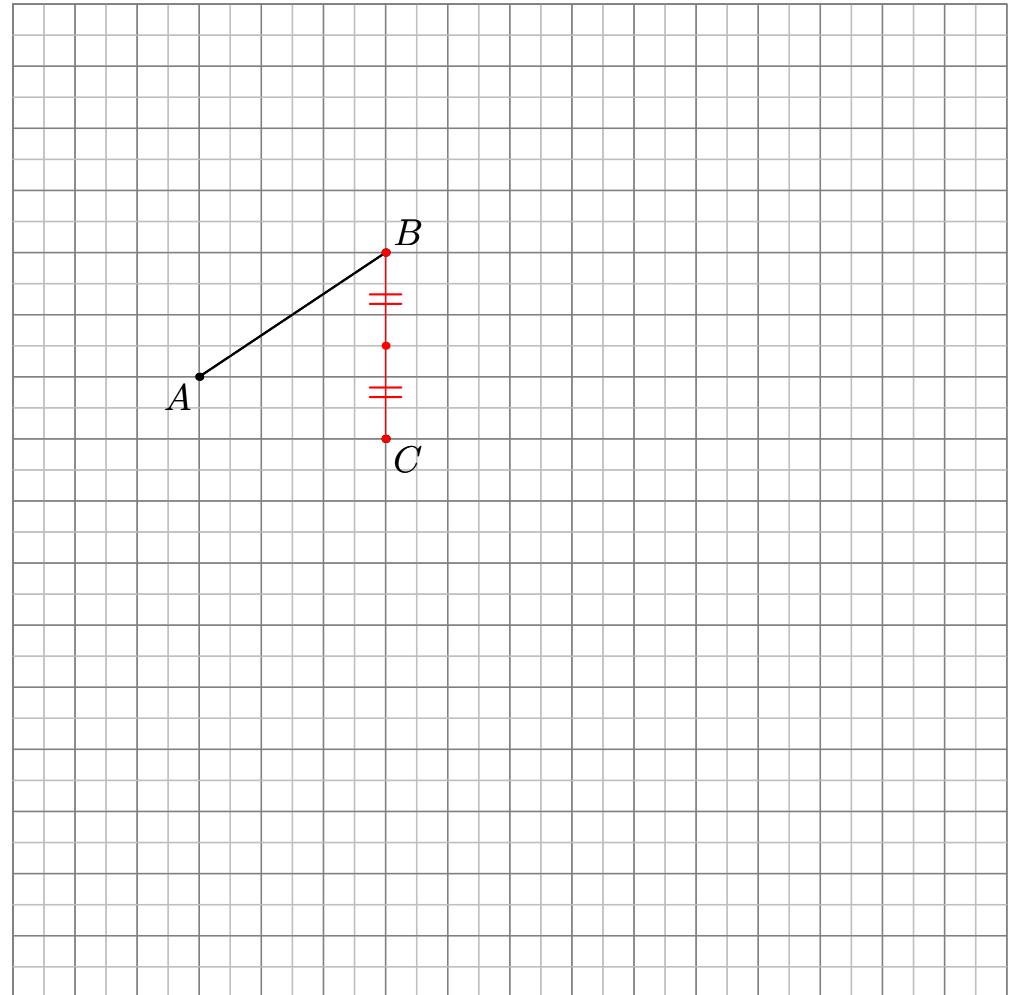
- Soit A , B et C trois points



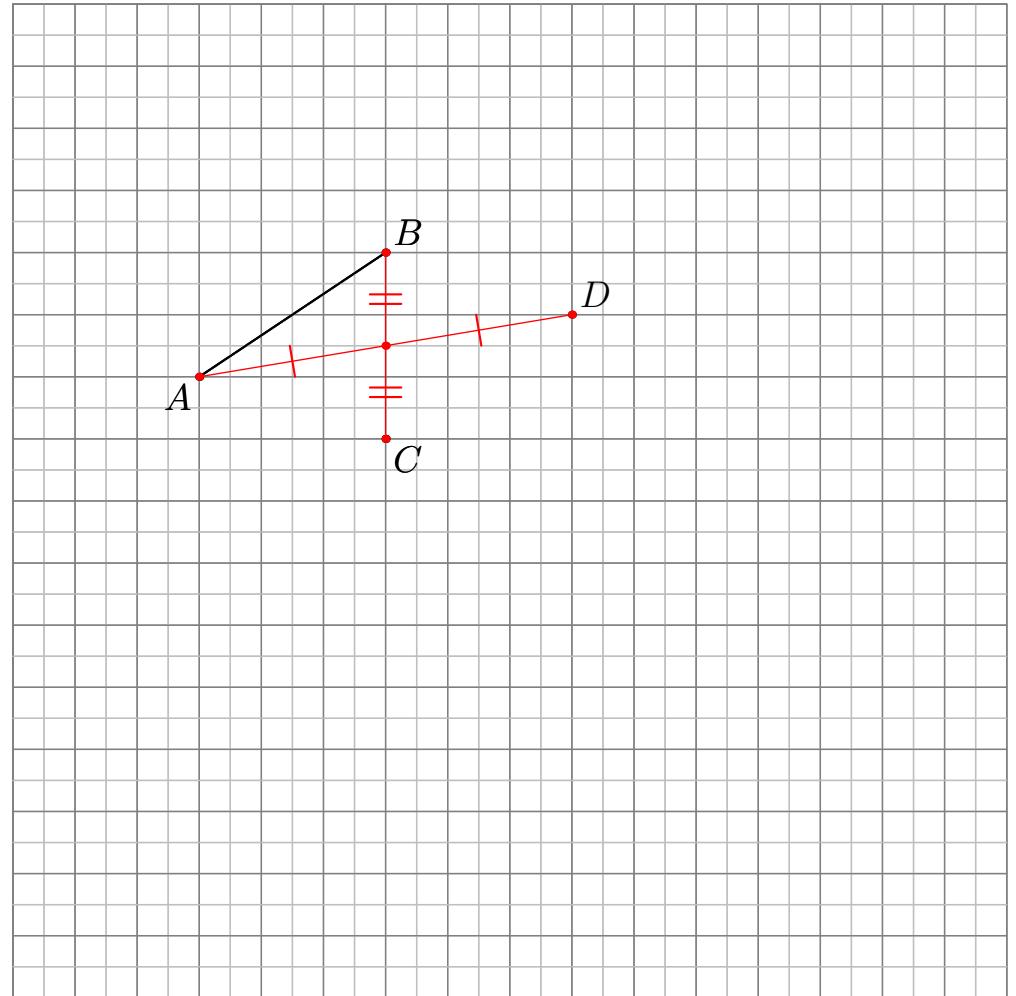
- Soit A , B et C trois points
- Construire le point D tel que $[BC]$ et $[AD]$ ont même milieu



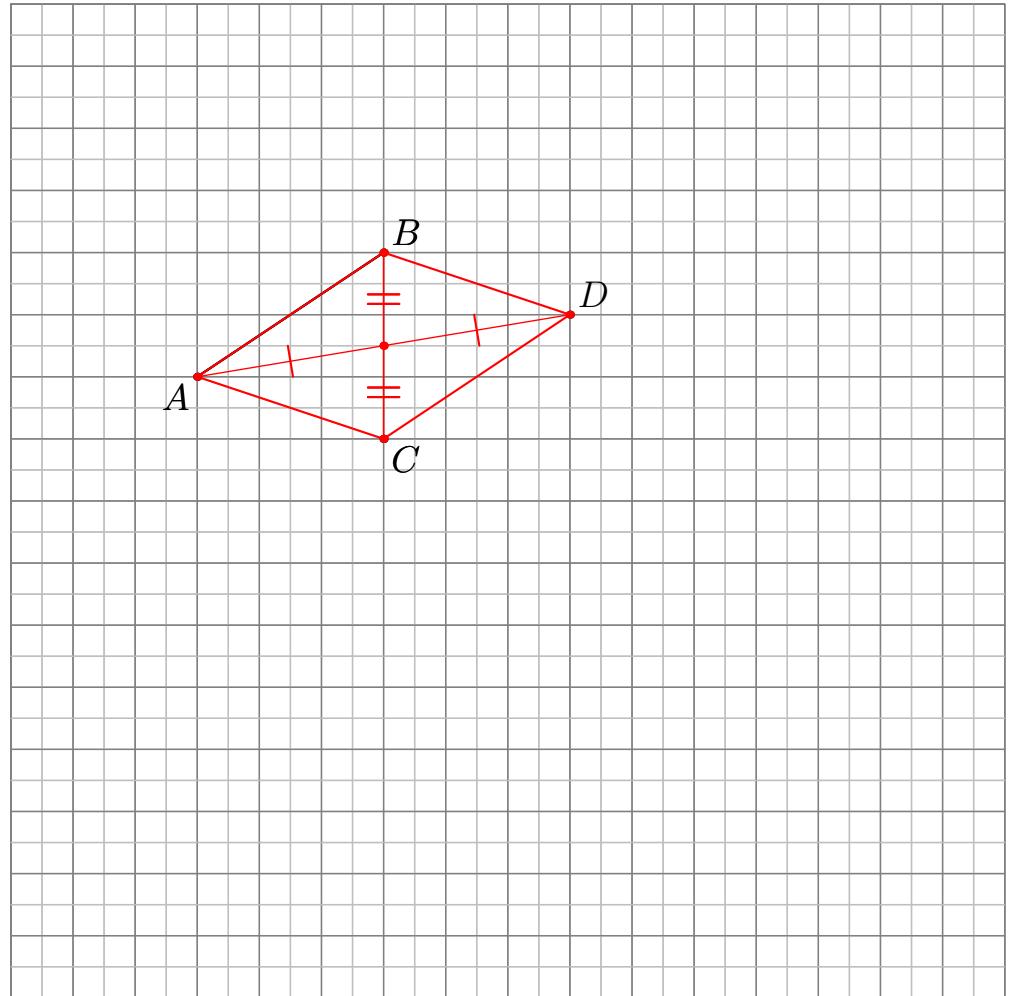
- Soit A , B et C trois points
- Construire le point D tel que $[BC]$ et $[AD]$ ont même milieu



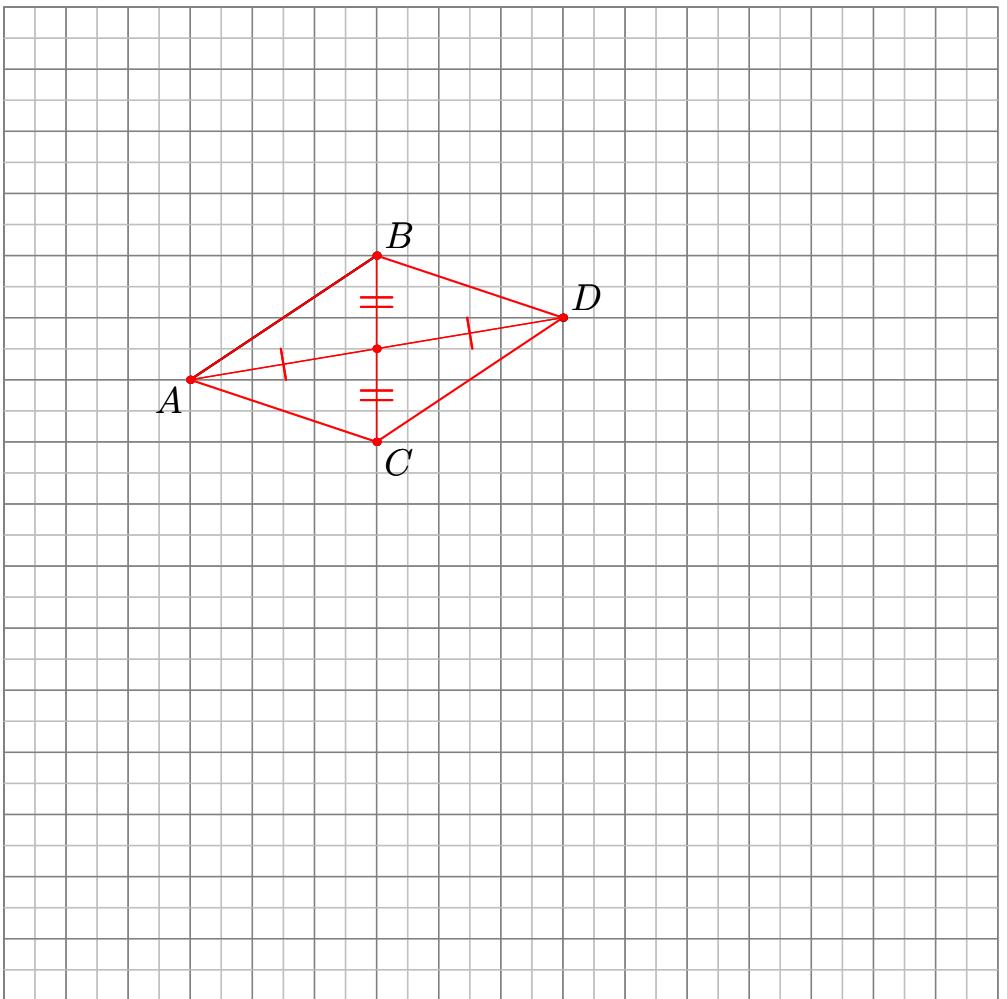
- Soit A , B et C trois points
- Construire le point D tel que $[BC]$ et $[AD]$ ont même milieu



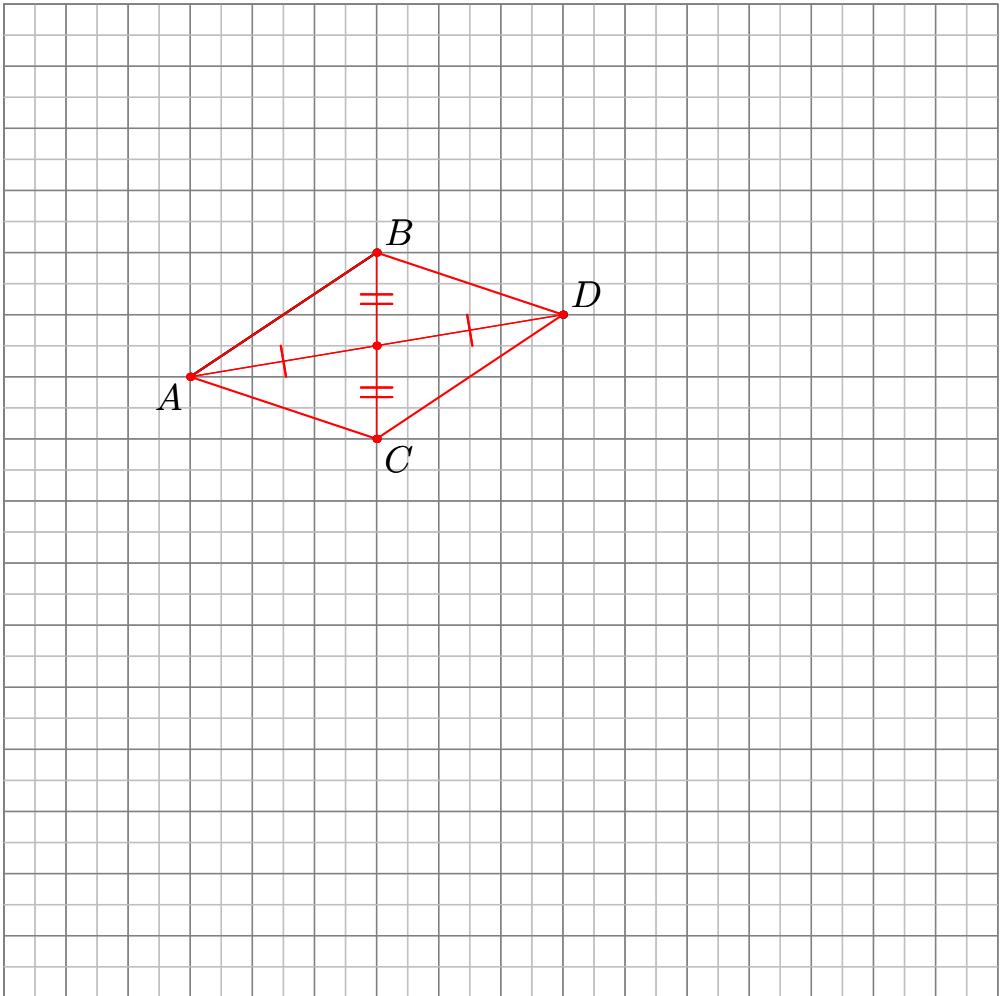
- Soit A , B et C trois points
- Construire le point D tel que $[BC]$ et $[AD]$ ont même milieu
- Quelle est la nature de $ABDC$?



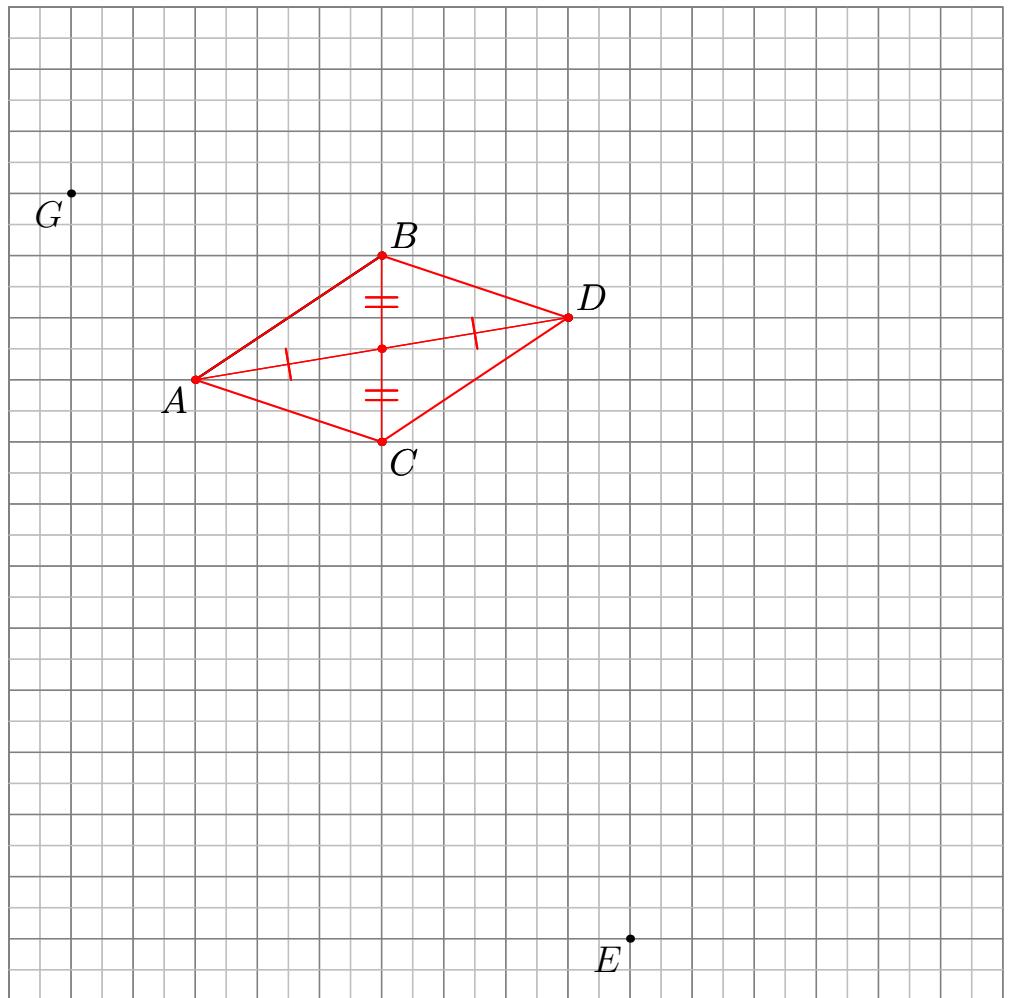
- Soit A , B et C trois points
- Construire le point D tel que $[BC]$ et $[AD]$ ont même milieu
- Quelle est la nature de $ABDC$?
 \leadsto C'est un parallélogramme



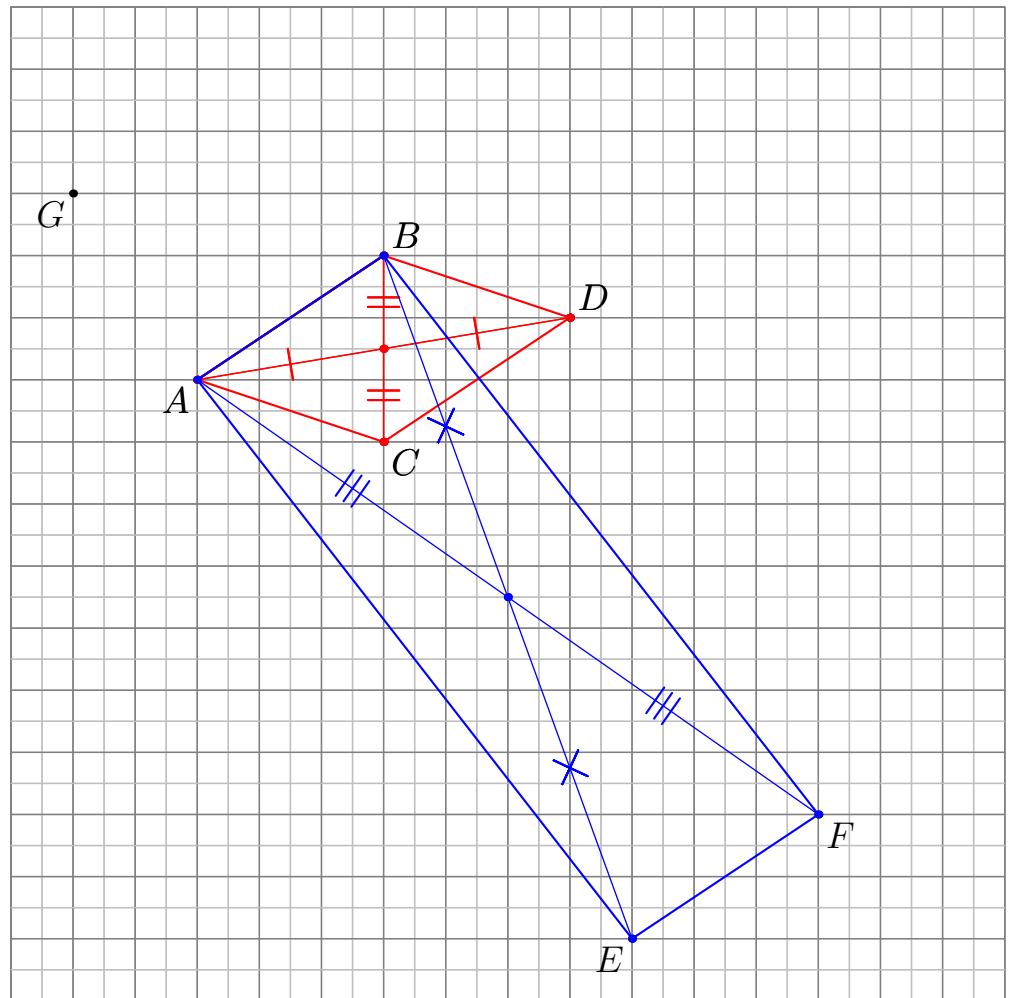
- Soit A , B et C trois points
- Construire le point D tel que $[BC]$ et $[AD]$ ont même milieu
- Quelle est la nature de $ABDC$?
 ~ C'est un parallélogramme
 On dit que D est l'image de C
 par la **translation** de A vers B .



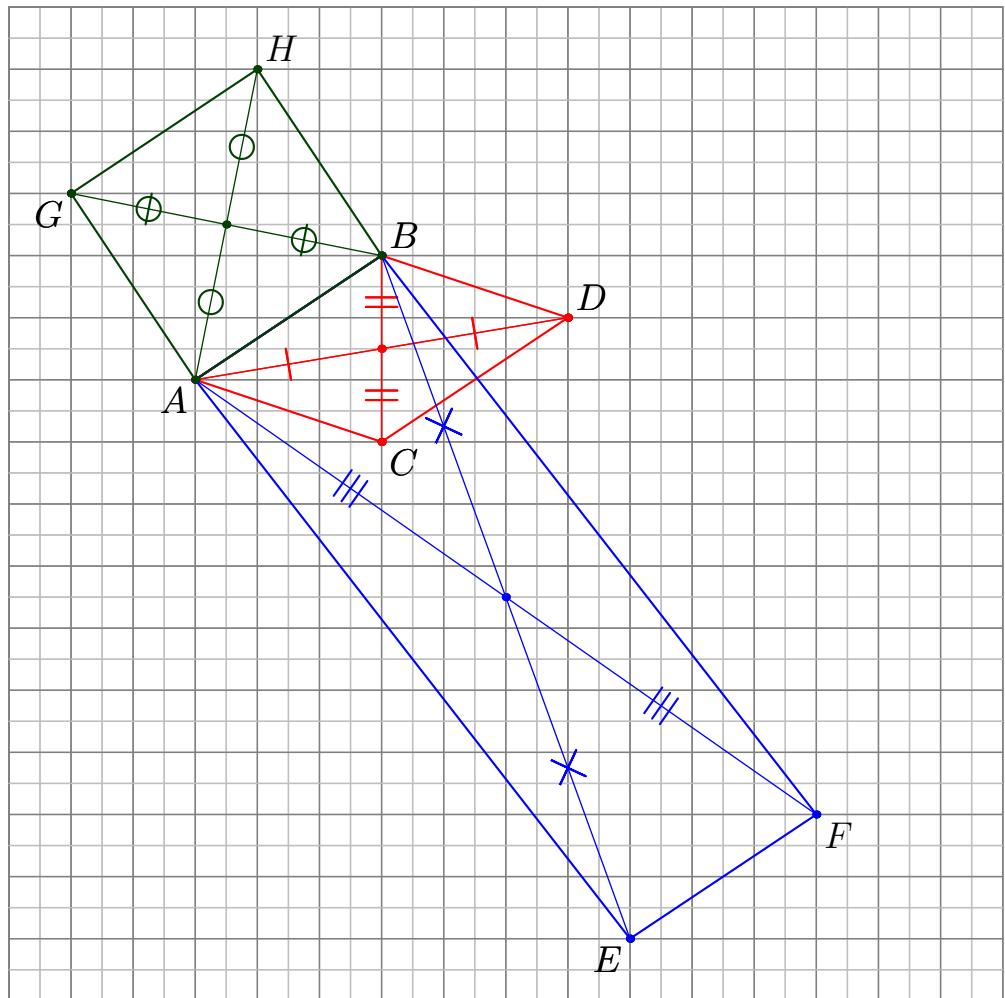
- Soit A , B et C trois points
- Construire le point D tel que $[BC]$ et $[AD]$ ont même milieu
- Quelle est la nature de $ABDC$?
 ↗ C'est un parallélogramme
 On dit que D est l'image de C
 par la **translation** de A vers B .
- Construire les images de E et G
 (notées F et H) par cette translation



- Soit A , B et C trois points
- Construire le point D tel que $[BC]$ et $[AD]$ ont même milieu
- Quelle est la nature de $ABDC$?
 ~ C'est un parallélogramme
 On dit que D est l'image de C
 par la **translation** de A vers B .
- Construire les images de E et G
 (notées F et H) par cette translation

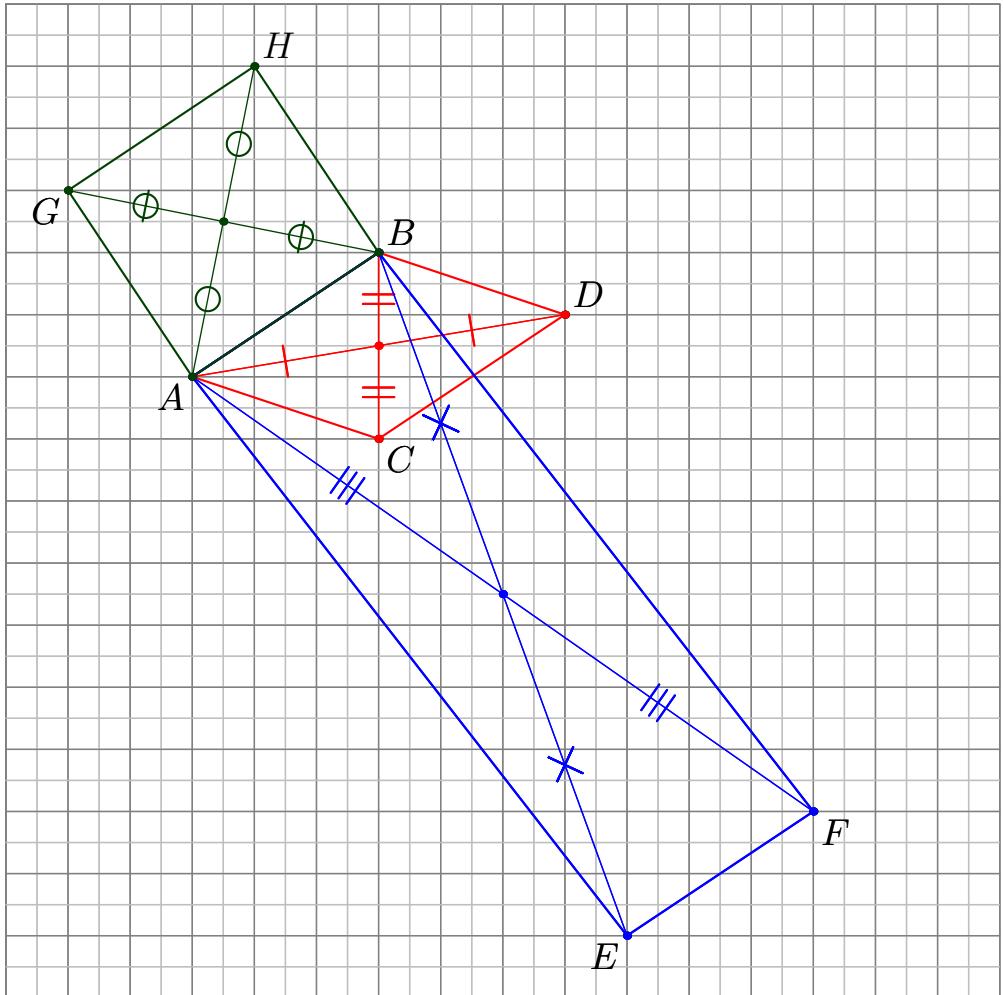


- Soit A , B et C trois points
- Construire le point D tel que $[BC]$ et $[AD]$ ont même milieu
- Quelle est la nature de $ABDC$?
 ~ C'est un parallélogramme
 On dit que D est l'image de C
 par la **translation** de A vers B .
- Construire les images de E et G
 (notées F et H) par cette translation



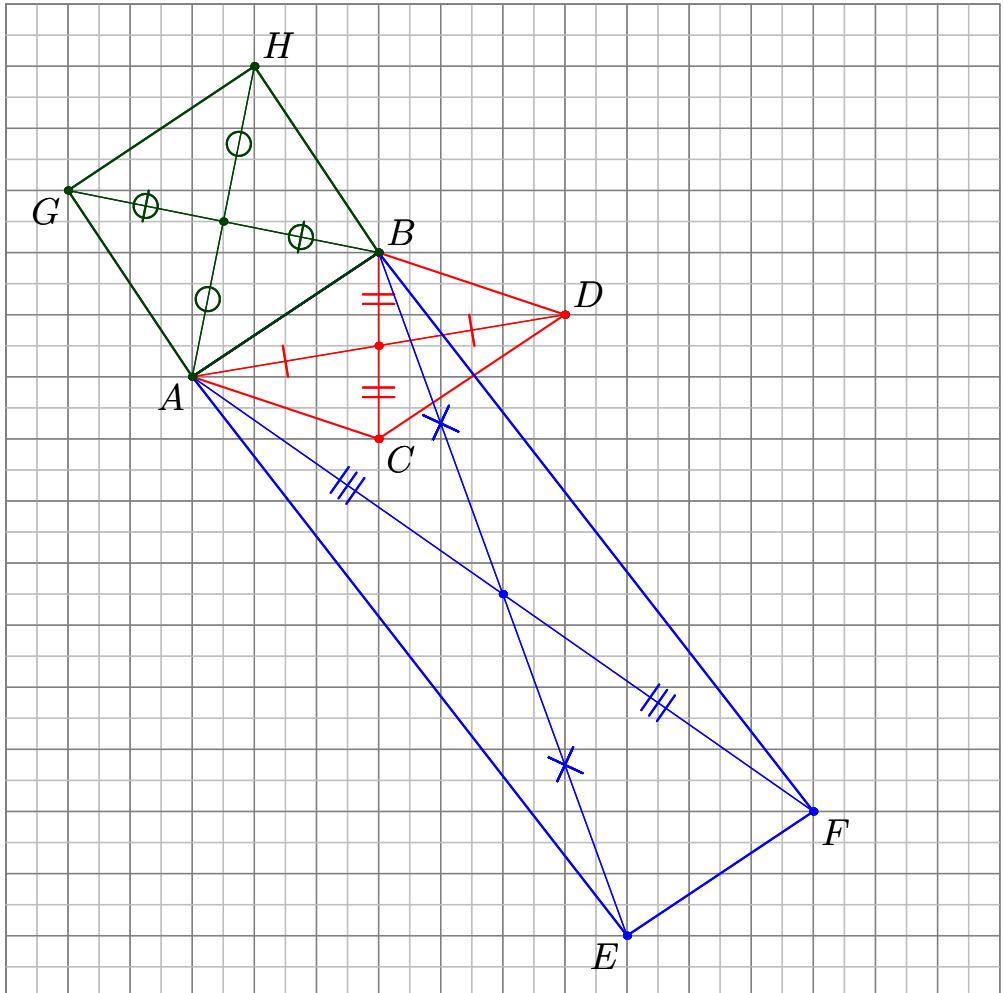
- Soit A , B et C trois points
- Construire le point D tel que $[BC]$ et $[AD]$ ont même milieu
- Quelle est la nature de $ABDC$?
 - ~ C'est un parallélogramme

On dit que D est l'image de C par la **translation** de A vers B .
- Construire les images de E et G (notées F et H) par cette translation
- Remarque: quelle est l'image de A par la translation de A vers B ?



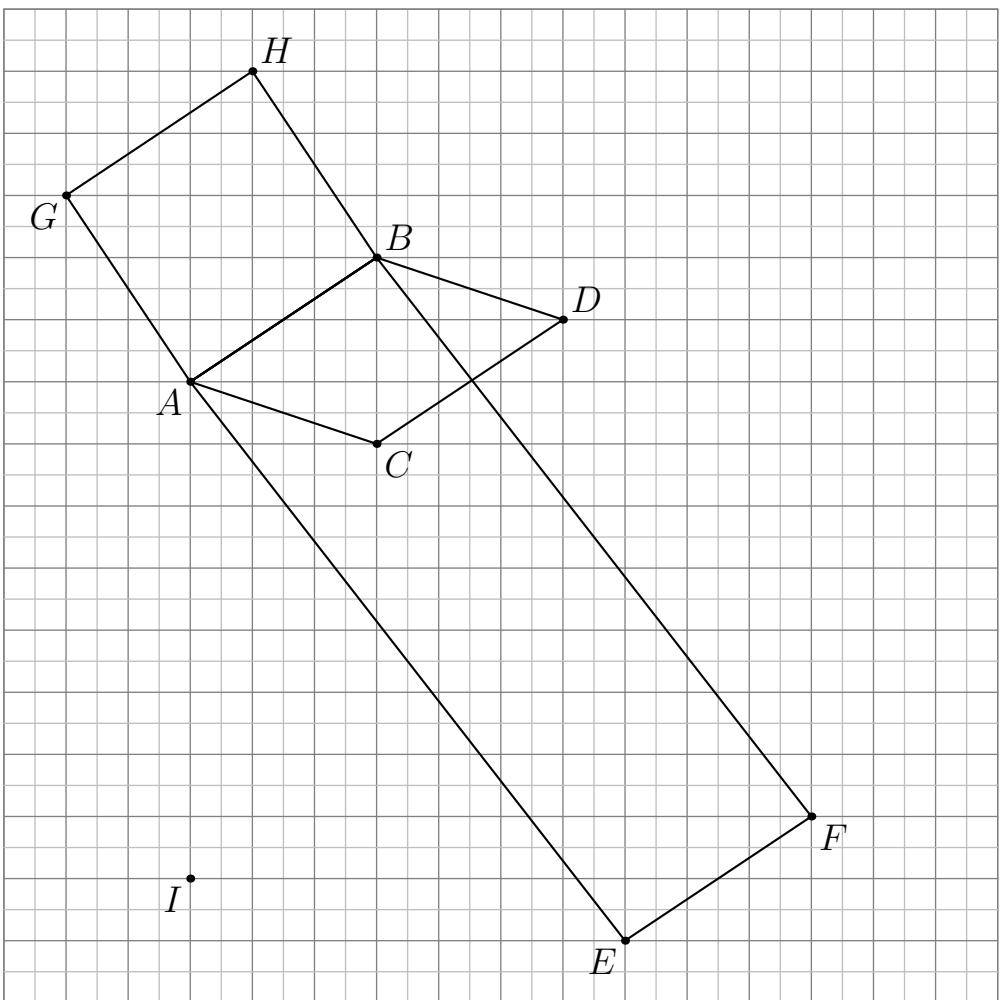
- Soit A , B et C trois points
- Construire le point D tel que $[BC]$ et $[AD]$ ont même milieu
- Quelle est la nature de $ABDC$?
 - ~ C'est un parallélogramme

On dit que D est l'image de C par la **translation** de A vers B .
- Construire les images de E et G (notées F et H) par cette translation
- Remarque: quelle est l'image de A par la translation de A vers B ?
 - ~ C'est B



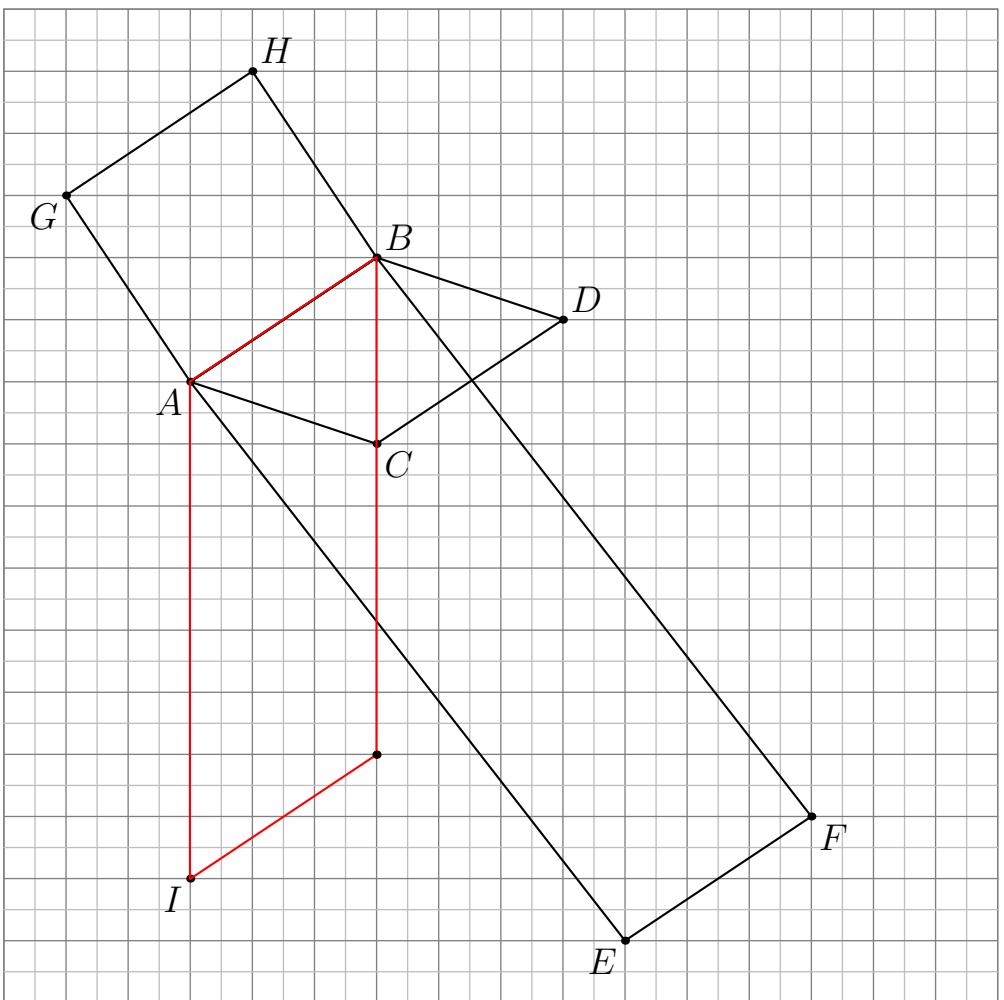
• Construire l'image de I :

- par la translation de A vers B
- par la translation de E vers F

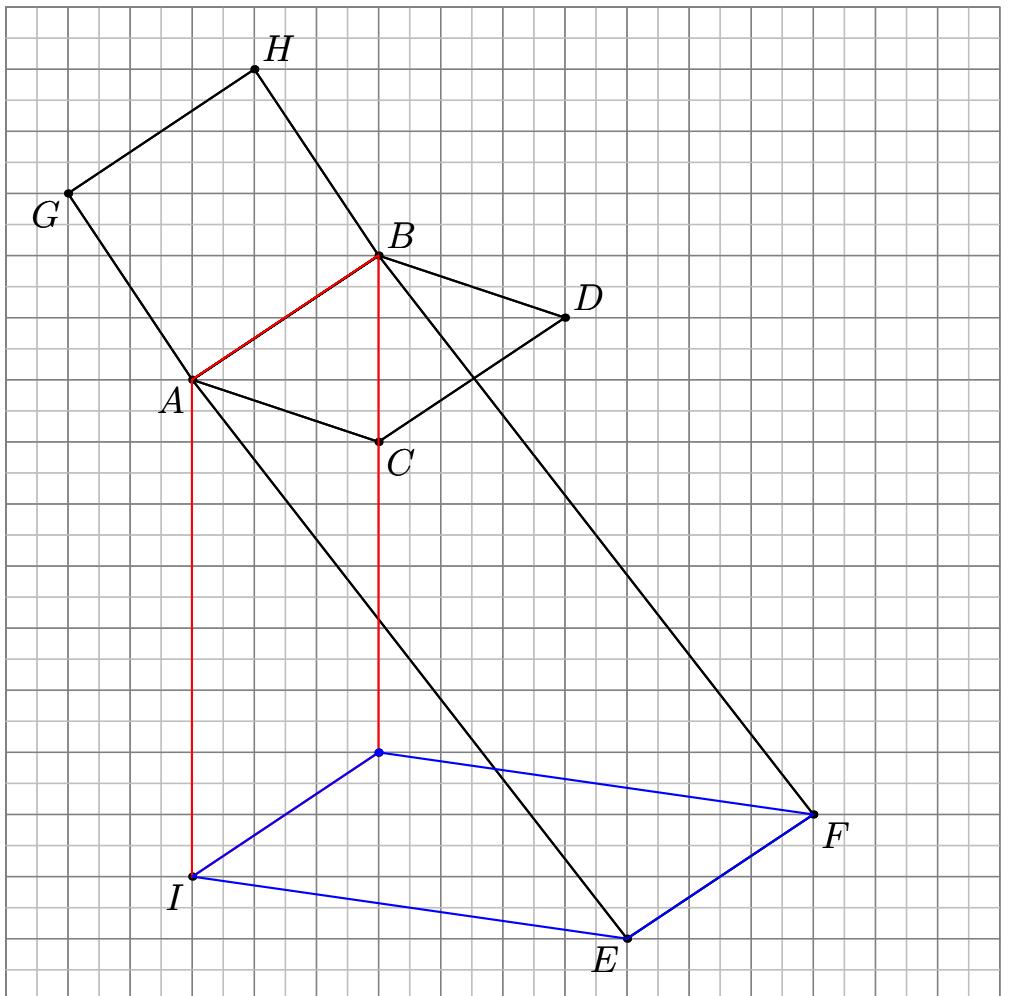


- Construire l'image de I :

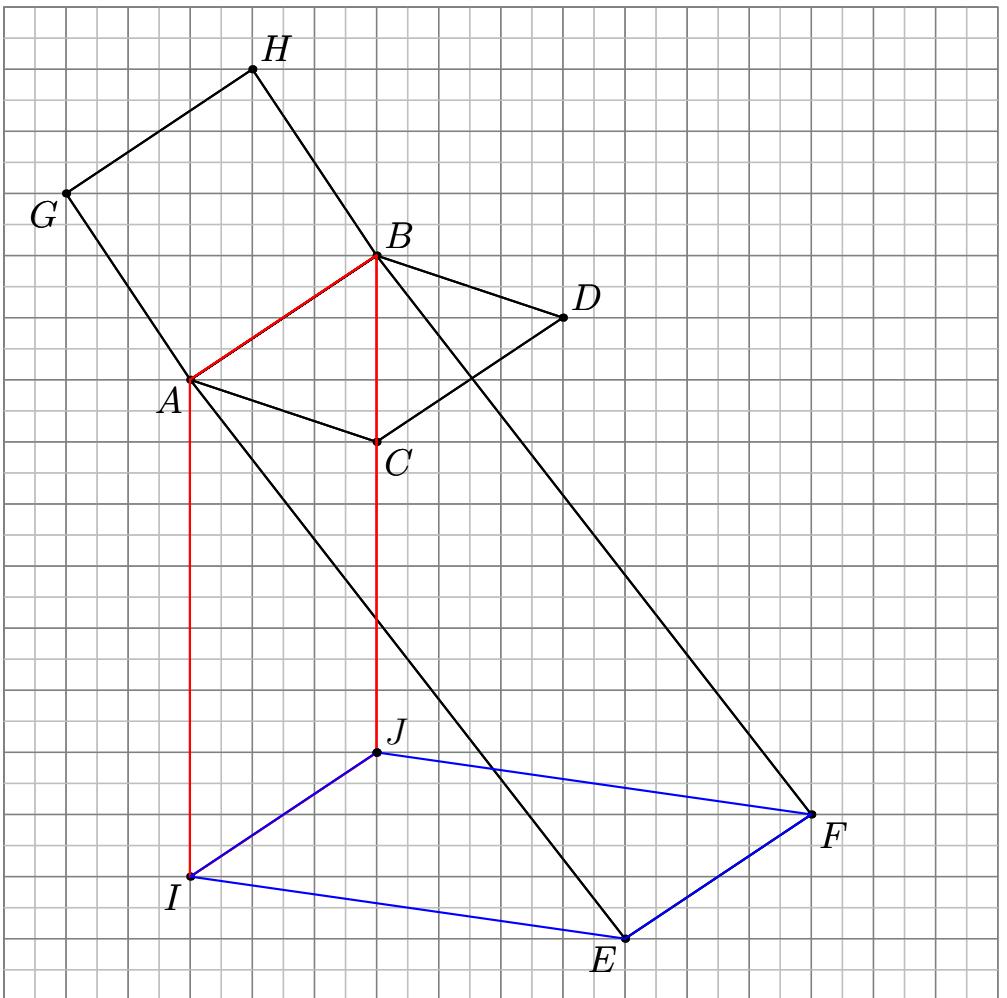
- par la translation de A vers B
- par la translation de E vers F



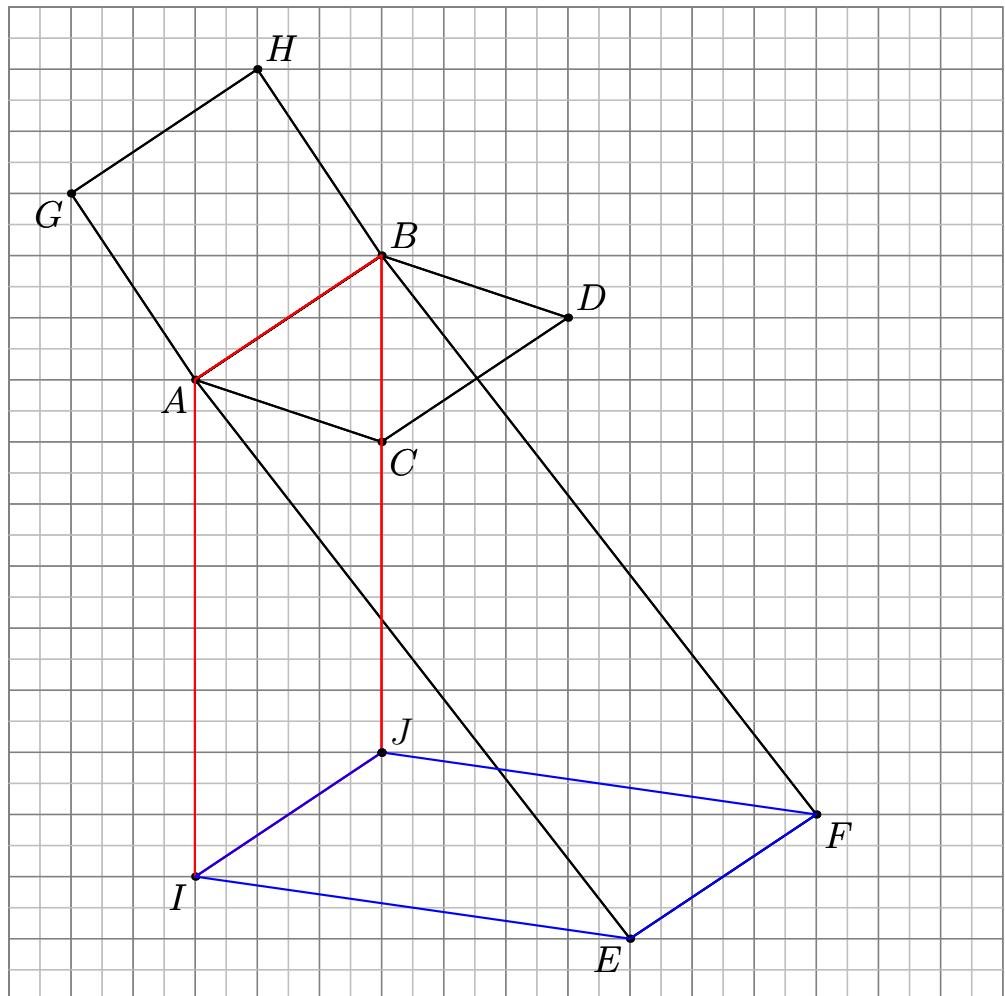
- Construire l'image de I :
 - par la translation de A vers B
 - par la translation de E vers F
- Que constate-t-on ?



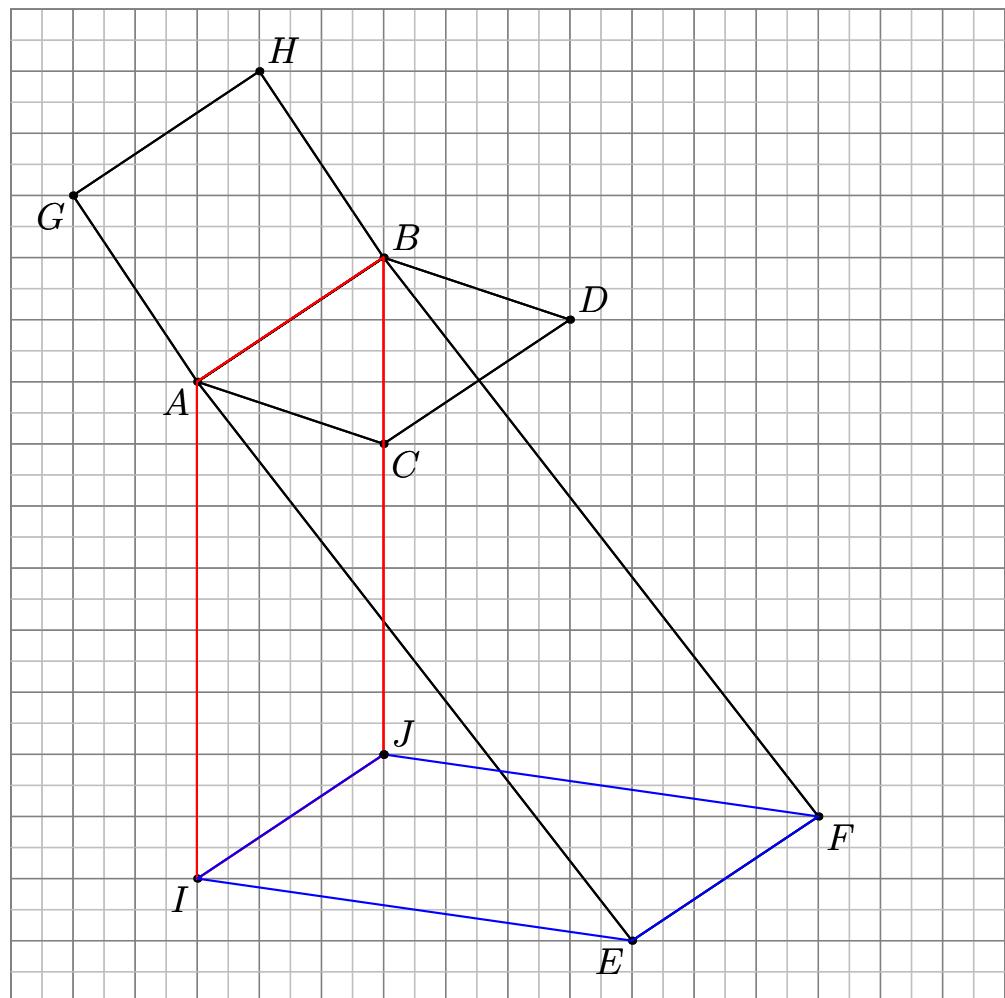
- Construire l'image de I :
 - par la translation de A vers B
 - par la translation de E vers F
- Que constate-t-on ?
 \leadsto On obtient le même point (noté J)



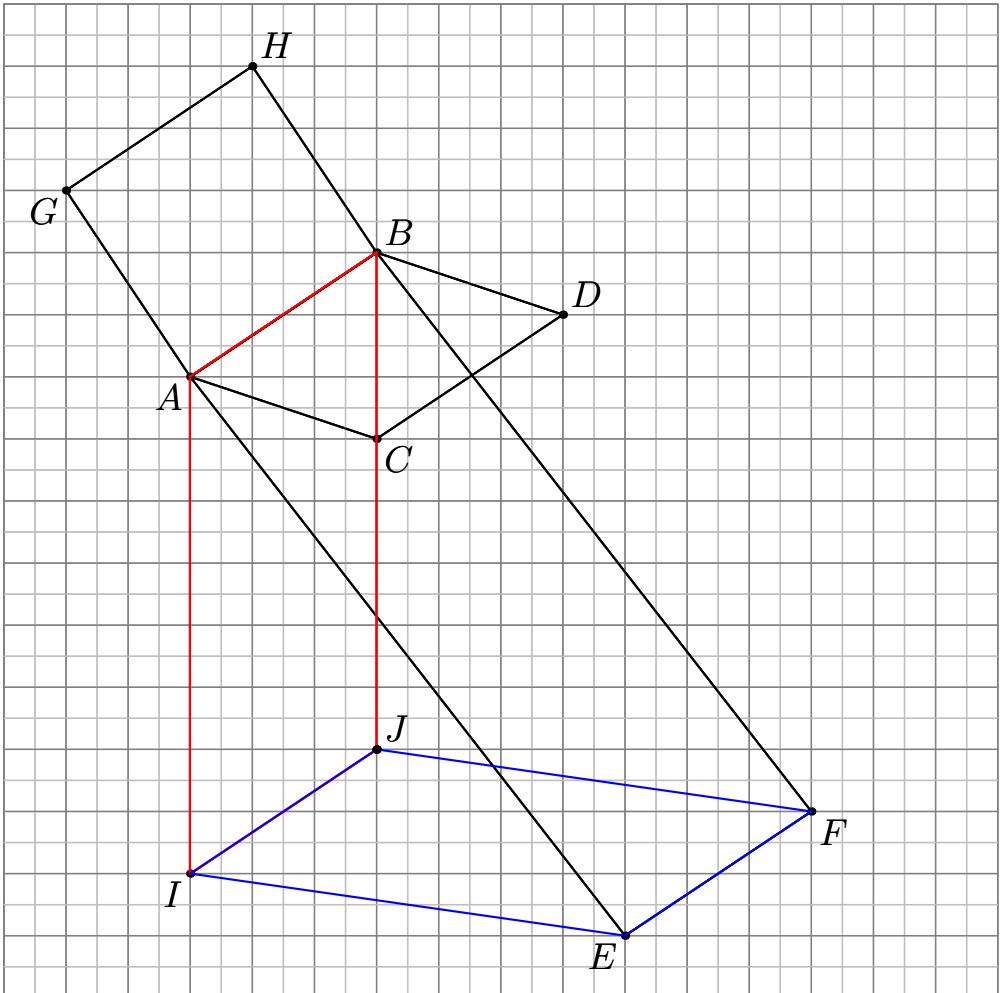
- Construire l'image de I :
 - par la translation de A vers B
 - par la translation de E vers F
- Que constate-t-on ?
 ↗ On obtient le même point (noté J)
- Les deux translations précédentes donnent-elles la même image pour un point quelconque ? Que peut-on en déduire ?



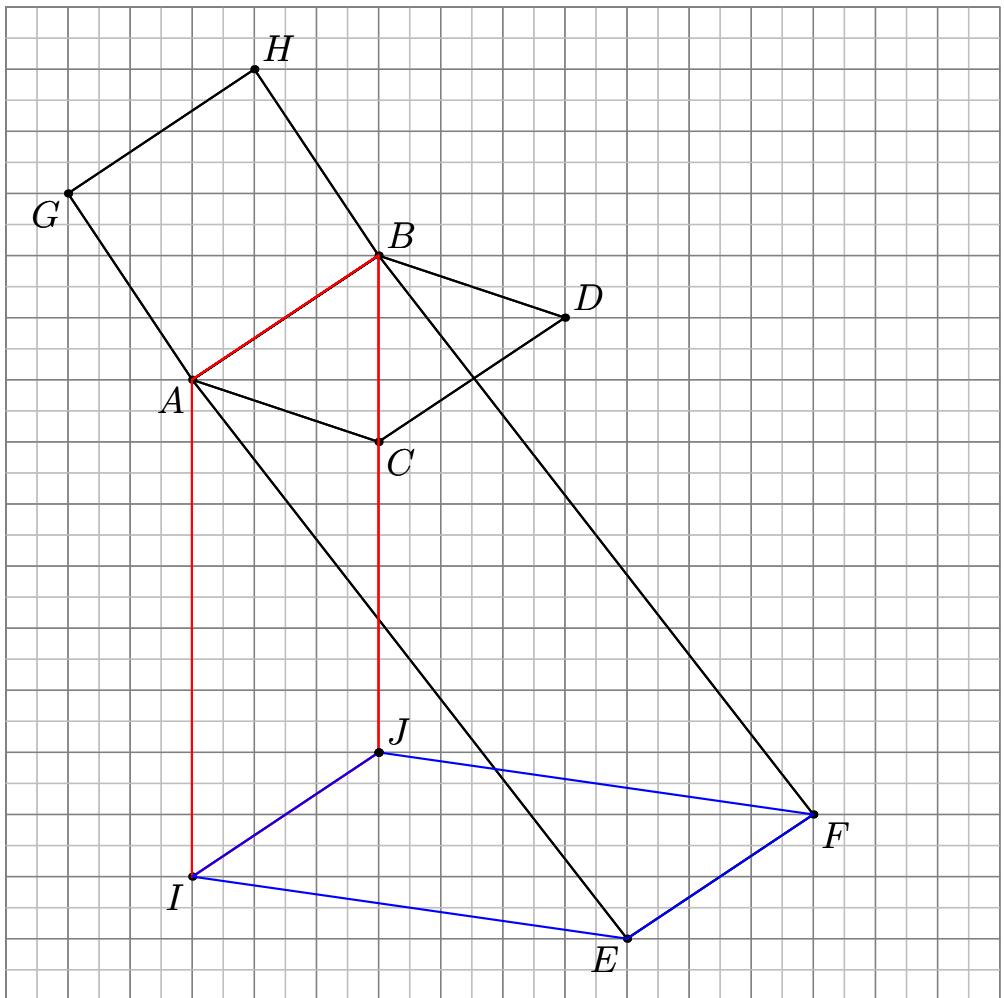
- Construire l'image de I :
 - par la translation de A vers B
 - par la translation de E vers F
- Que constate-t-on ?
 ↗ On obtient le même point (noté J)
- Les deux translations précédentes donnent-elles la même image pour un point quelconque ? Que peut-on en déduire ?
 ↗ Oui. Que les deux translations sont les mêmes.



- Construire l'image de I :
 - par la translation de A vers B
 - par la translation de E vers F
- Que constate-t-on ?
 - ~ On obtient le même point (noté J)
- Les deux translations précédentes donnent-elles la même image pour un point quelconque ? Que peut-on en déduire ?
 - ~ Oui. Que les deux translations sont les mêmes.
- Plus généralement, quels couples de points de la figure définissent la même translation que celle de A vers B ?

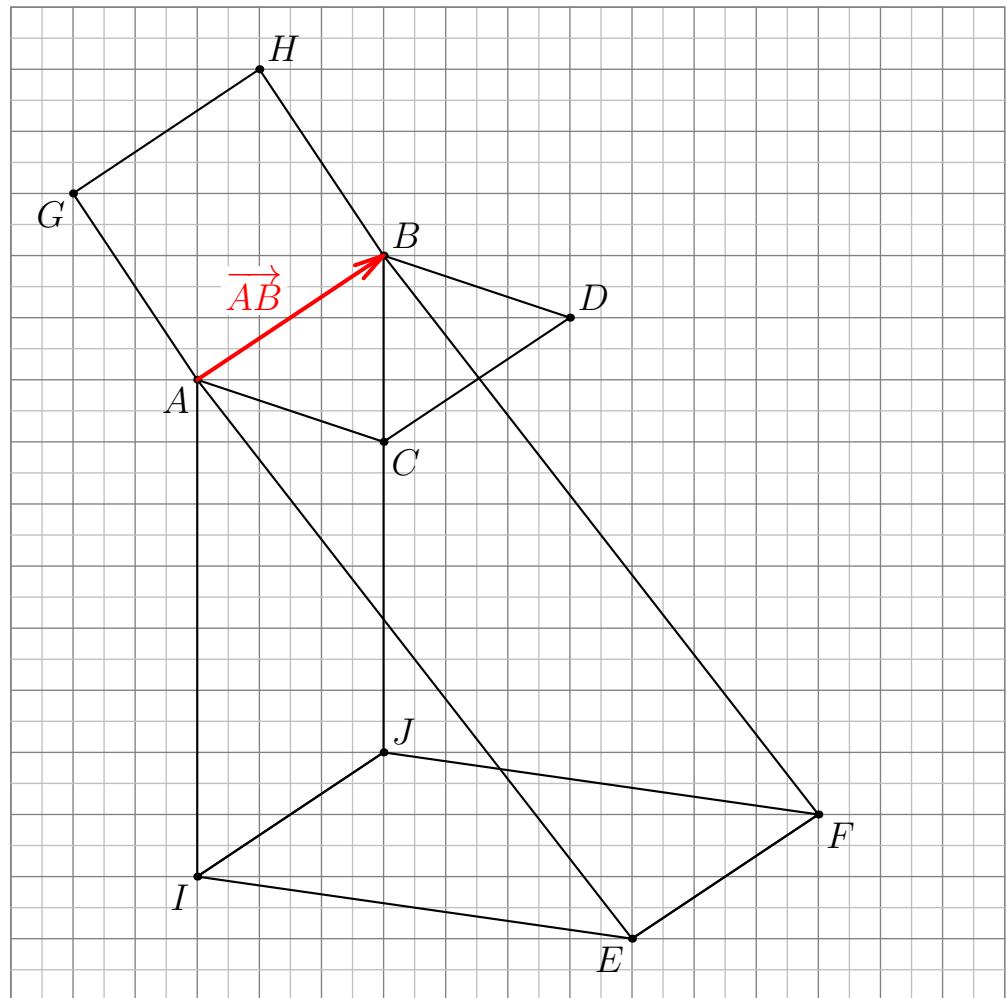


- Construire l'image de I :
 - par la translation de A vers B
 - par la translation de E vers F
- Que constate-t-on ?
 - ~ On obtient le même point (noté J)
- Les deux translations précédentes donnent-elles la même image pour un point quelconque ? Que peut-on en déduire ?
 - ~ Oui. Que les deux translations sont les mêmes.
- Plus généralement, quels couples de points de la figure définissent la même translation que celle de A vers B ?
 - ~ Les couples (C, D) , (E, F) , (G, H) et (I, J)



On dit que ces couples sont des **représentants** du même **vecteur**, et on écrit

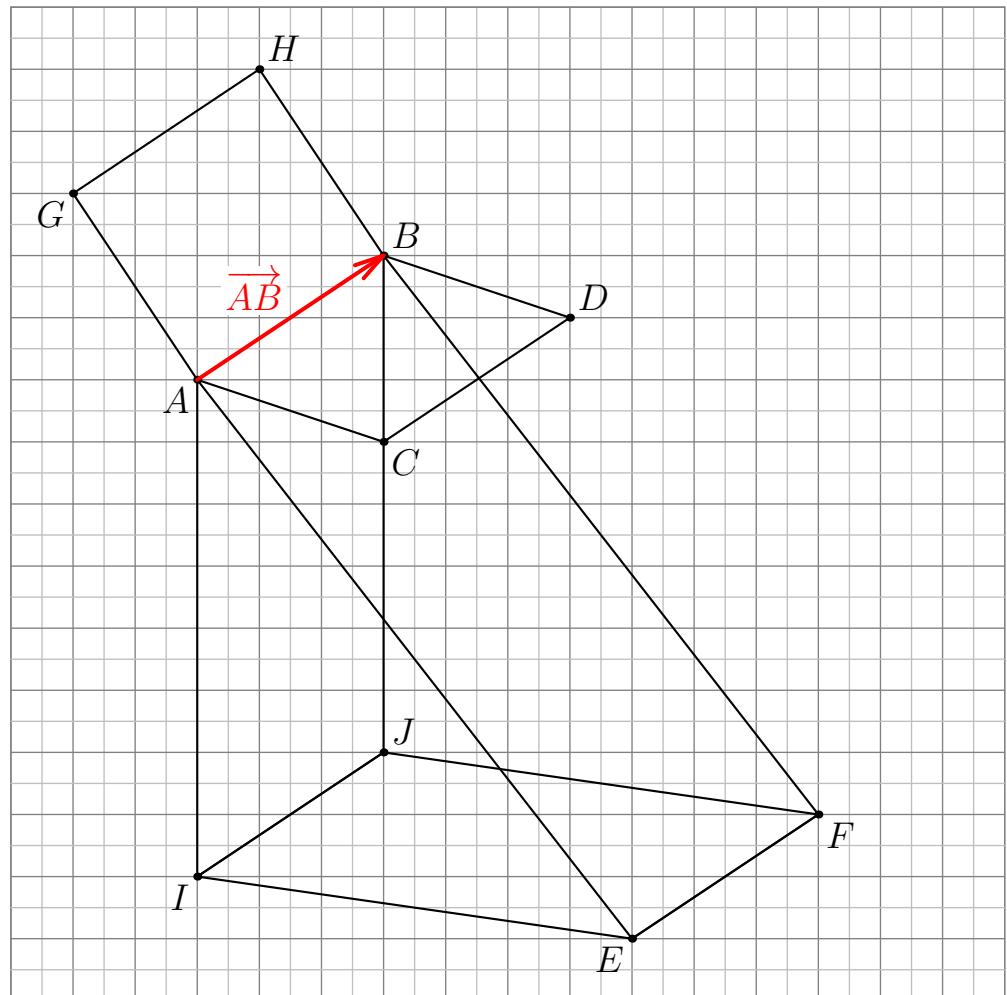
$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \vec{u}.$$



On dit que ces couples sont des **représentants** du même **vecteur**, et on écrit

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \vec{u}.$$

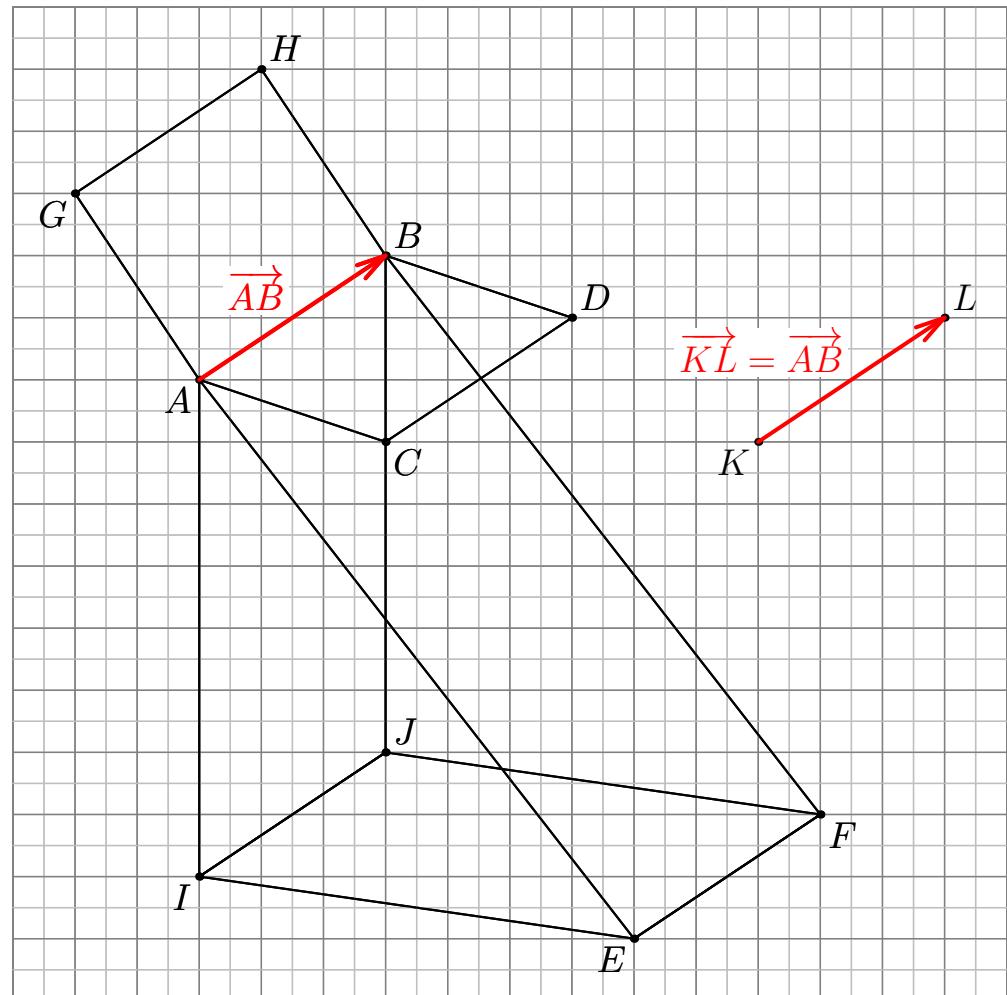
- Placer un nouveau couple (K, L) tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{KL}$



On dit que ces couples sont des **représentants** du même **vecteur**, et on écrit

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \vec{u}.$$

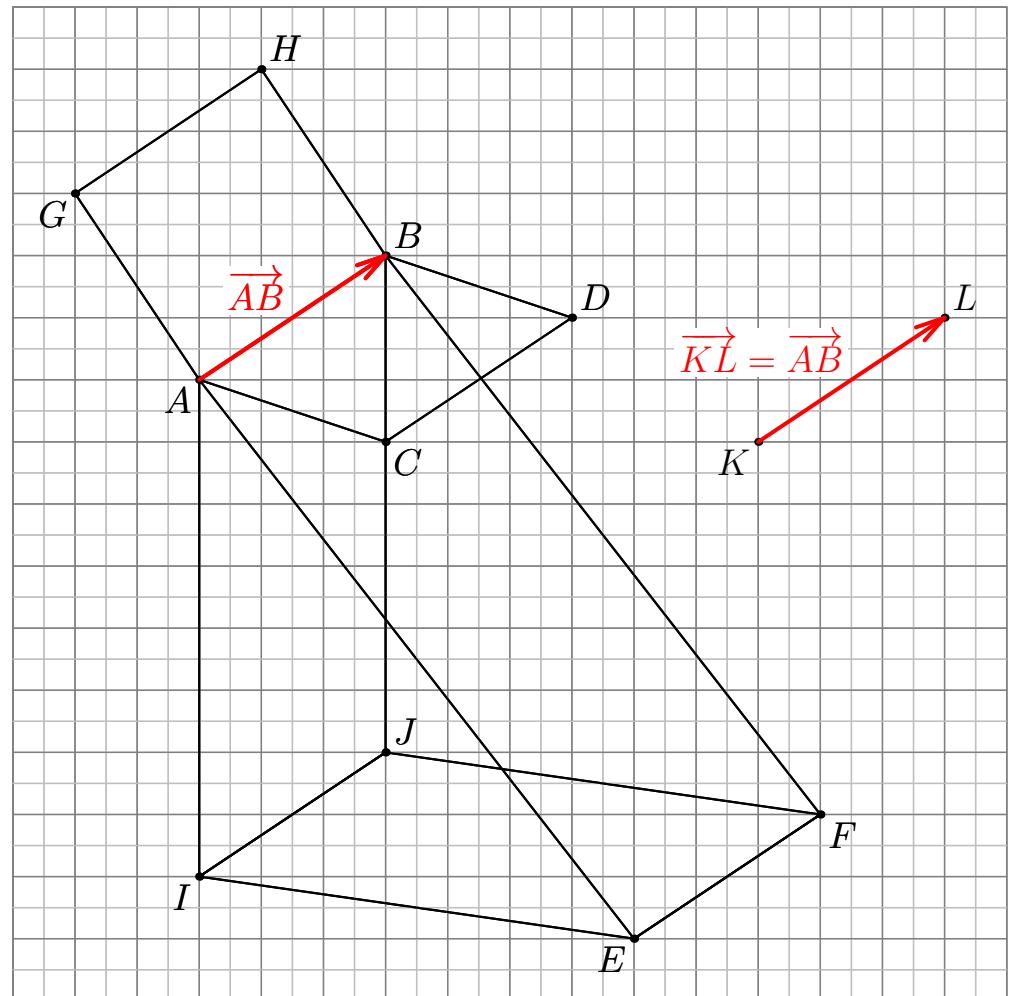
- Placer un nouveau couple (K, L) tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{KL}$



On dit que ces couples sont des **représentants** du même **vecteur**, et on écrit

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \vec{u}.$$

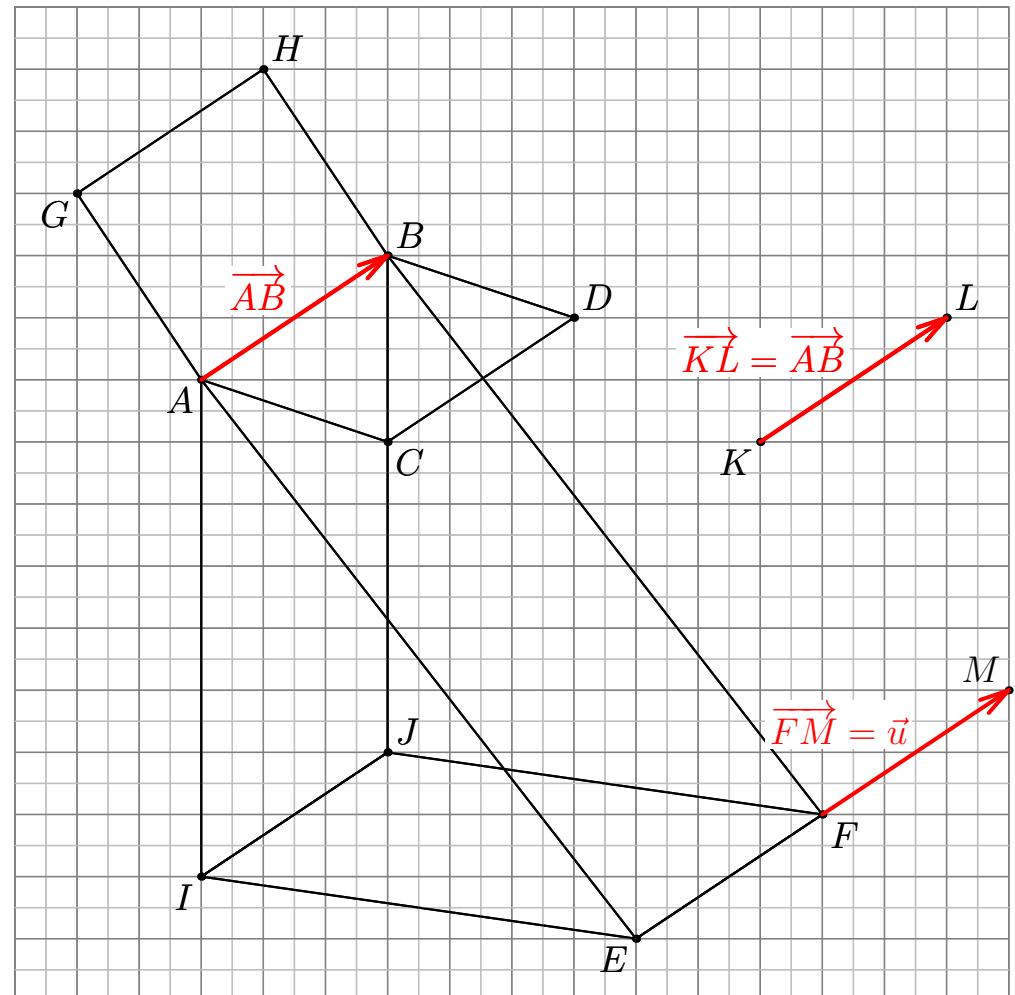
- Placer un nouveau couple (K, L) tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{KL}$
- Placer M tel que $\overrightarrow{FM} = \vec{u}$



On dit que ces couples sont des **représentants** du même **vecteur**, et on écrit

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \vec{u}.$$

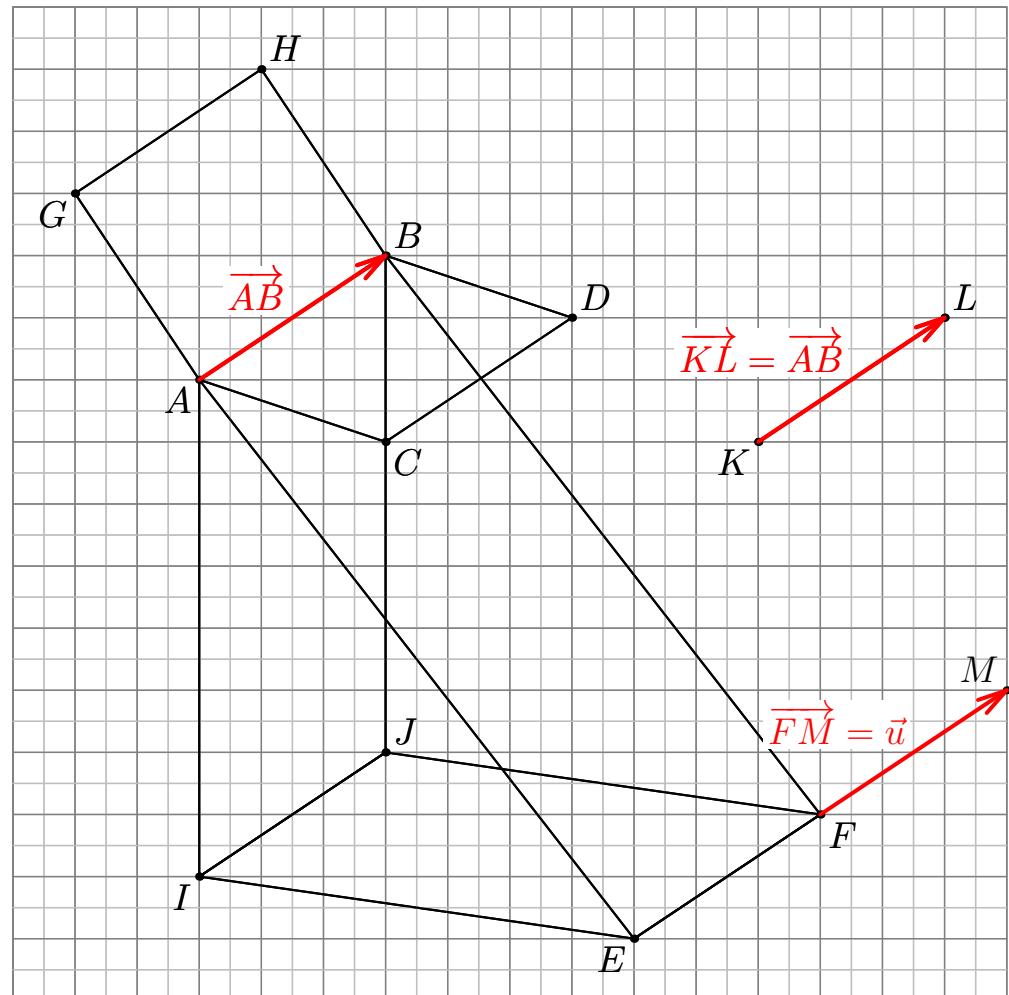
- Placer un nouveau couple (K, L) tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{KL}$
- Placer M tel que $\overrightarrow{FM} = \vec{u}$



On dit que ces couples sont des **représentants** du même **vecteur**, et on écrit

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \vec{u}.$$

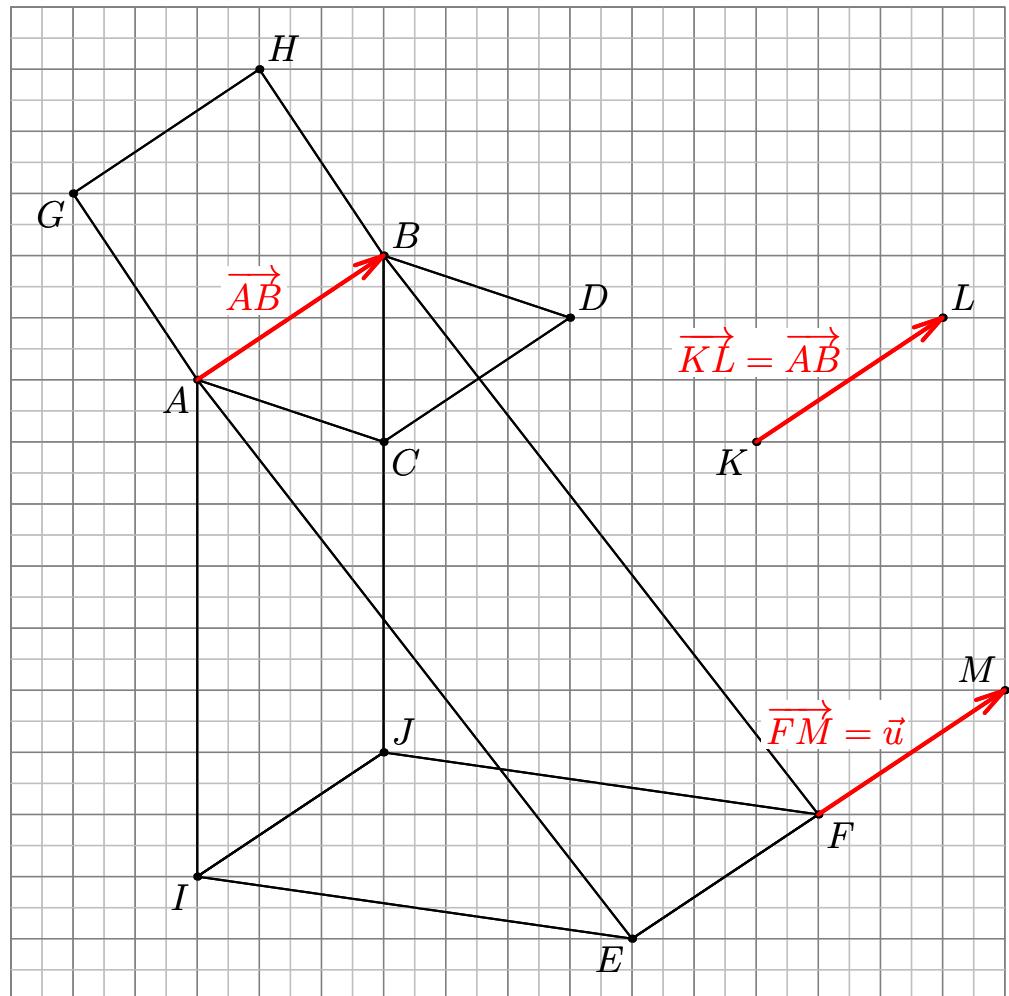
- Placer un nouveau couple (K, L) tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{KL}$
- Placer M tel que $\overrightarrow{FM} = \vec{u}$
- Combien \overrightarrow{AB} a-t-il de représentants ?



On dit que ces couples sont des **représentants** du même **vecteur**, et on écrit

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \vec{u}.$$

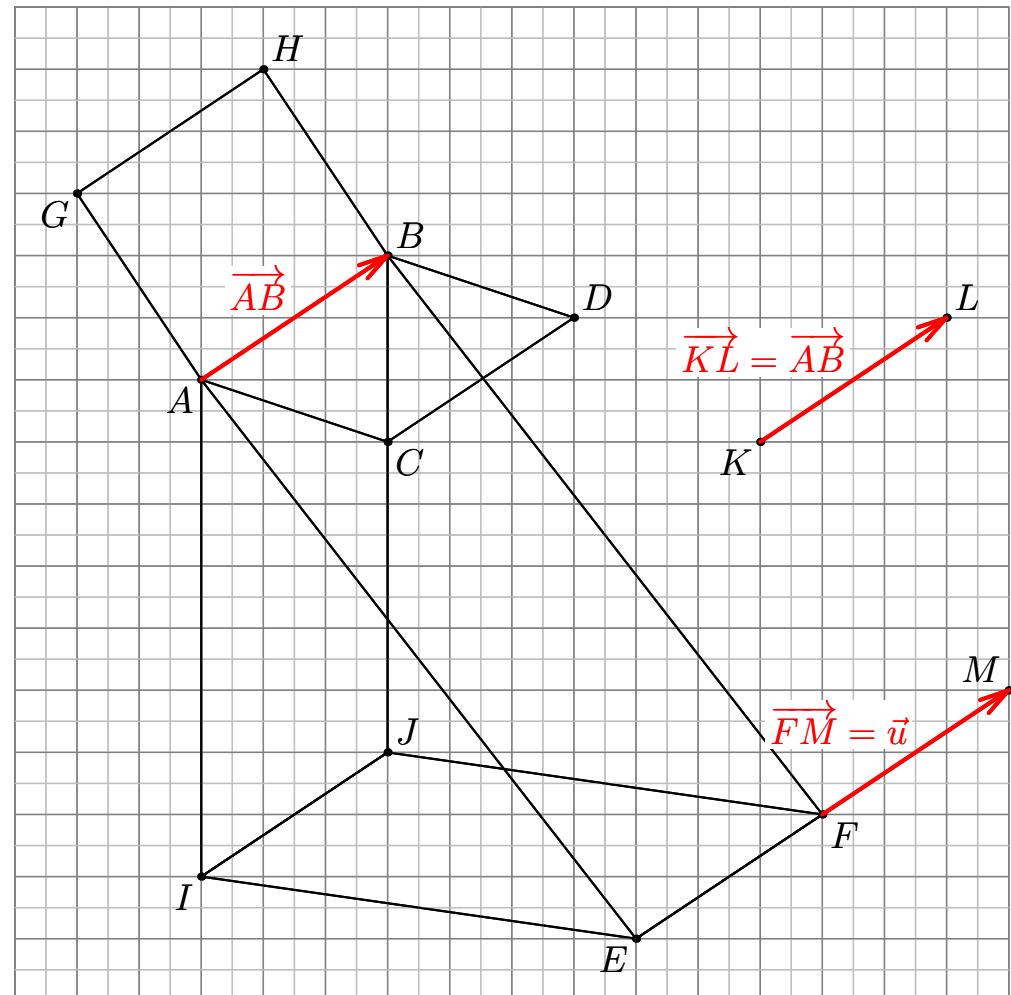
- Placer un nouveau couple (K, L) tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{KL}$
- Placer M tel que $\overrightarrow{FM} = \vec{u}$
- Combien \overrightarrow{AB} a-t-il de représentants ?
 \leadsto Une infinité.



On dit que ces couples sont des **représentants** du même **vecteur**, et on écrit

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \vec{u}.$$

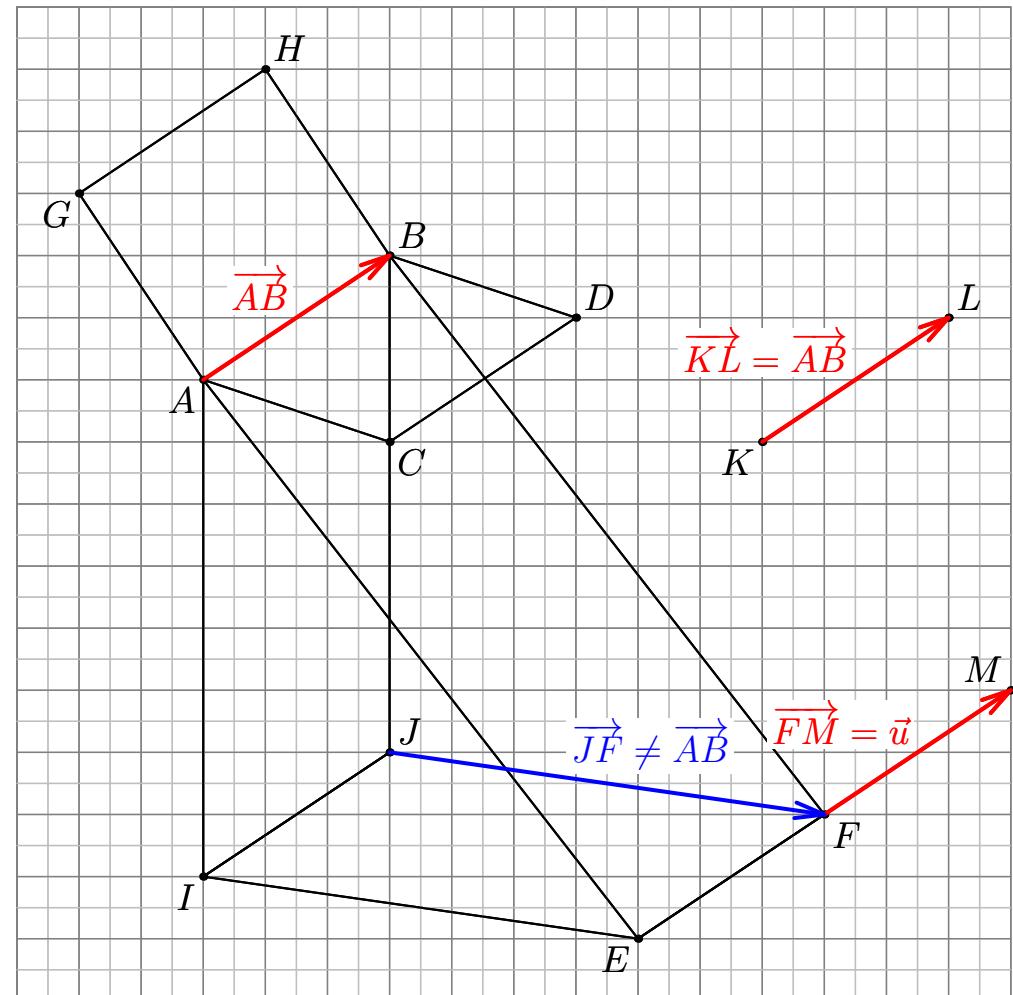
- Placer un nouveau couple (K, L) tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{KL}$
- Placer M tel que $\overrightarrow{FM} = \vec{u}$
- Combien \overrightarrow{AB} a-t-il de représentants ?
~ \leadsto Une infinité.
- Donner un vecteur différent de \overrightarrow{AB}



On dit que ces couples sont des **représentants** du même **vecteur**, et on écrit

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \vec{u}.$$

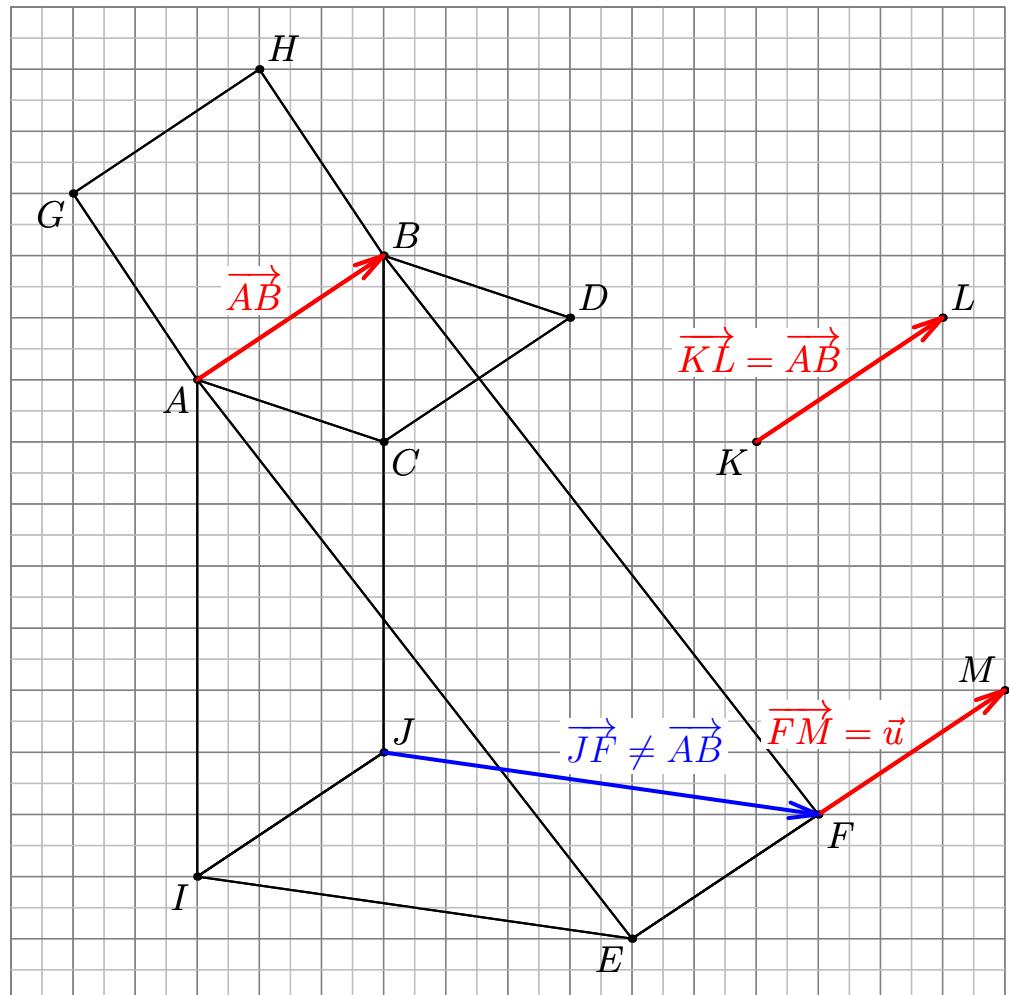
- Placer un nouveau couple (K, L) tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{KL}$
- Placer M tel que $\overrightarrow{FM} = \vec{u}$
- Combien \overrightarrow{AB} a-t-il de représentants ?
~ \leadsto Une infinité.
- Donner un vecteur différent de \overrightarrow{AB}
~ \leadsto Par exemple $\overrightarrow{JF} \neq \overrightarrow{AB}$



On dit que ces couples sont des **représentants** du même **vecteur**, et on écrit

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \vec{u}.$$

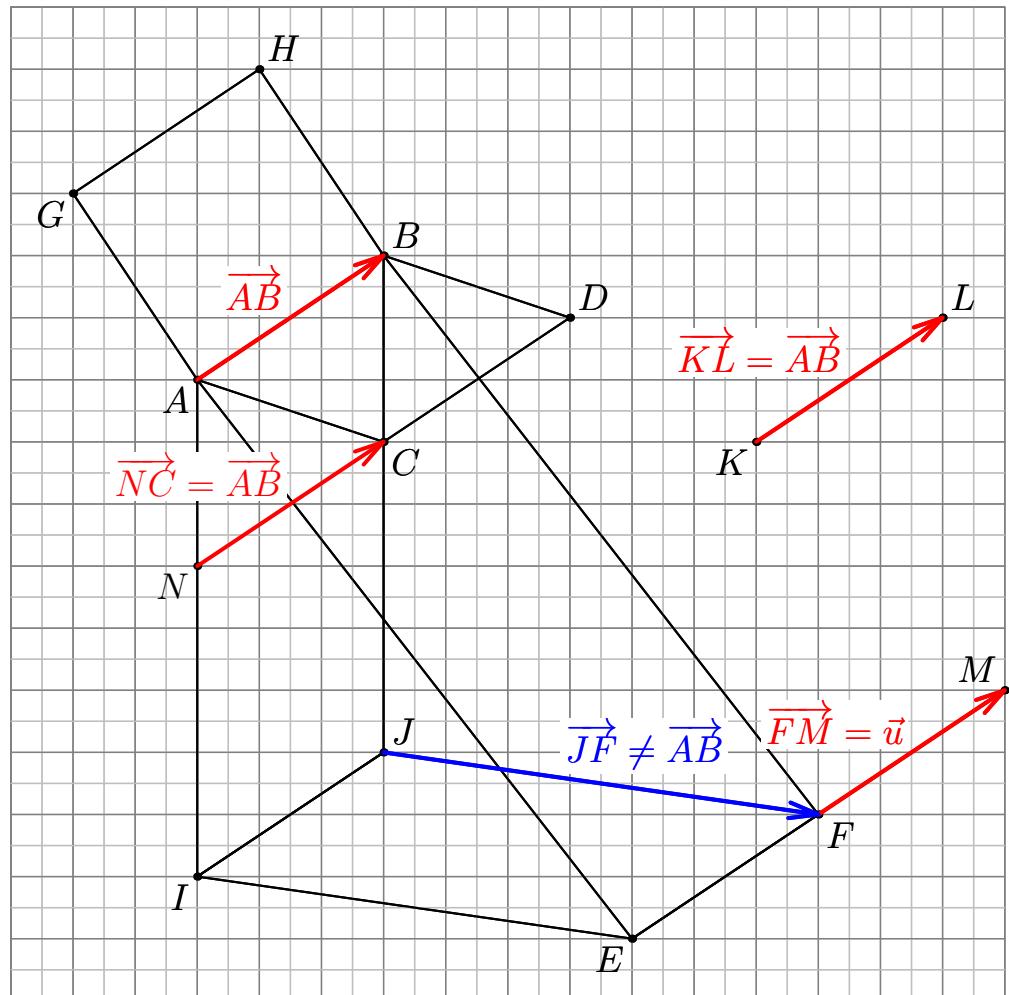
- Placer un nouveau couple (K, L) tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{KL}$
- Placer M tel que $\overrightarrow{FM} = \vec{u}$
- Combien \overrightarrow{AB} a-t-il de représentants ?
~ \leadsto Une infinité.
- Donner un vecteur différent de \overrightarrow{AB}
~ \leadsto Par exemple $\overrightarrow{JF} \neq \overrightarrow{AB}$
- Placer N tel que $\overrightarrow{NC} = \overrightarrow{AB}$



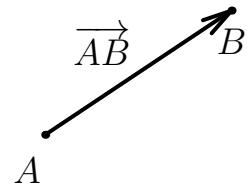
On dit que ces couples sont des **représentants** du même **vecteur**, et on écrit

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \vec{u}.$$

- Placer un nouveau couple (K, L) tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{KL}$
- Placer M tel que $\overrightarrow{FM} = \vec{u}$
- Combien \overrightarrow{AB} a-t-il de représentants ?
~ \leadsto Une infinité.
- Donner un vecteur différent de \overrightarrow{AB}
~ \leadsto Par exemple $\overrightarrow{JF} \neq \overrightarrow{AB}$
- Placer N tel que $\overrightarrow{NC} = \overrightarrow{AB}$

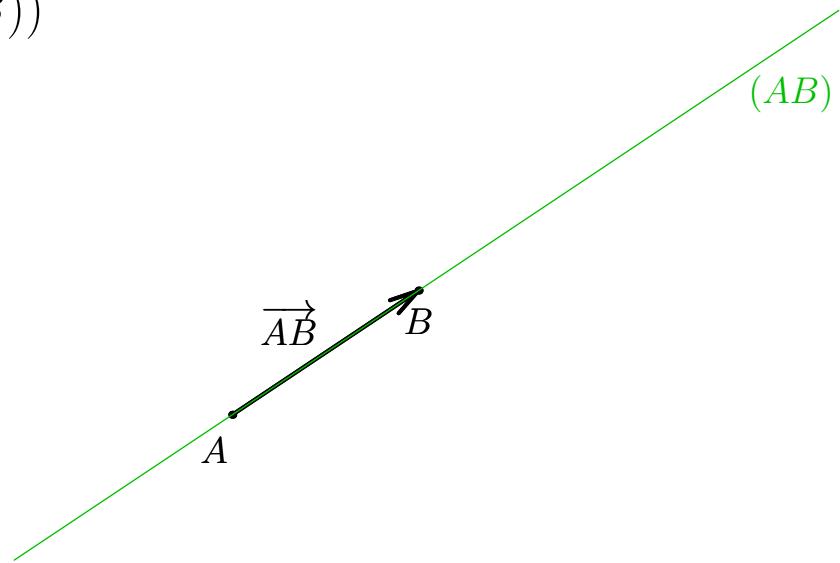


- Un vecteur \overrightarrow{AB} est aussi définissable par:



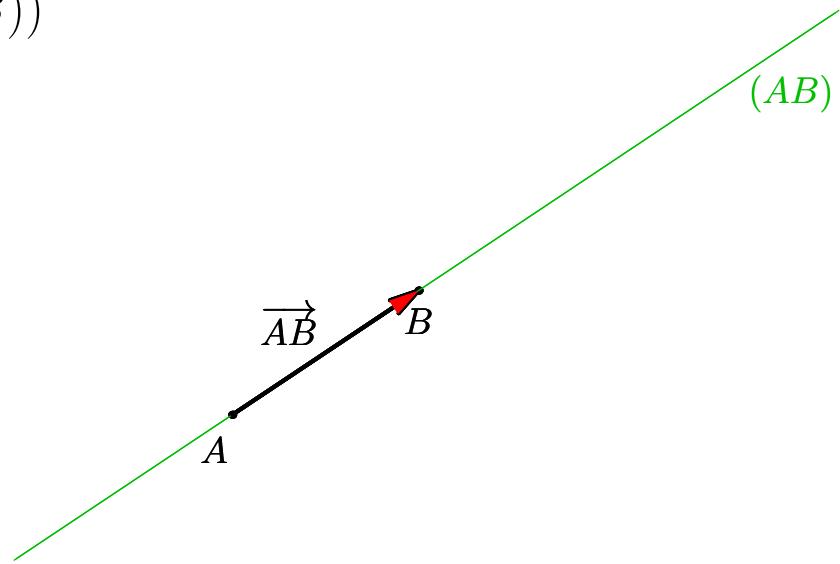
- Un vecteur \overrightarrow{AB} est aussi définissable par:

- sa **direction** (celle de la droite (AB))



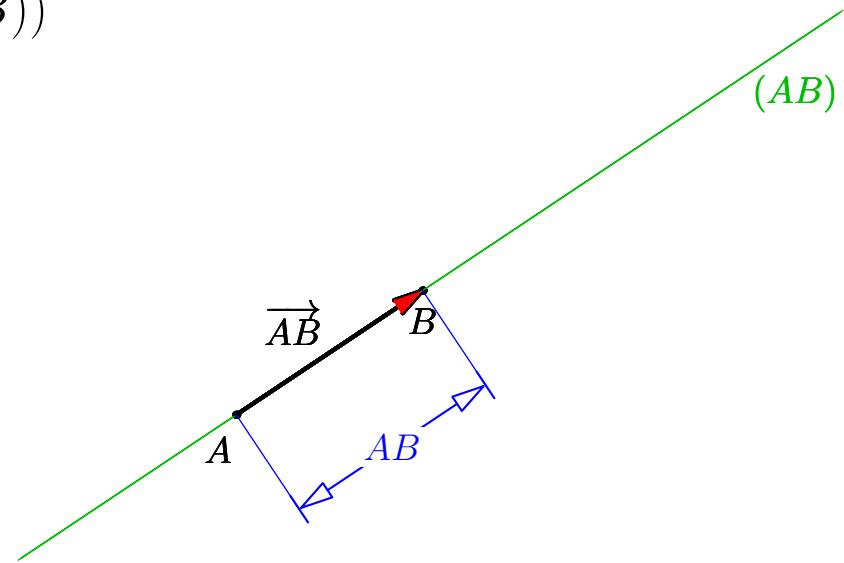
- Un vecteur \overrightarrow{AB} est aussi définissable par:

- sa **direction** (celle de la droite (AB))
- son **sens** (de A vers B)



- Un vecteur \overrightarrow{AB} est aussi définissable par:

- sa **direction** (celle de la droite (AB))
- son **sens** (de A vers B)
- sa **longueur** (à savoir AB)

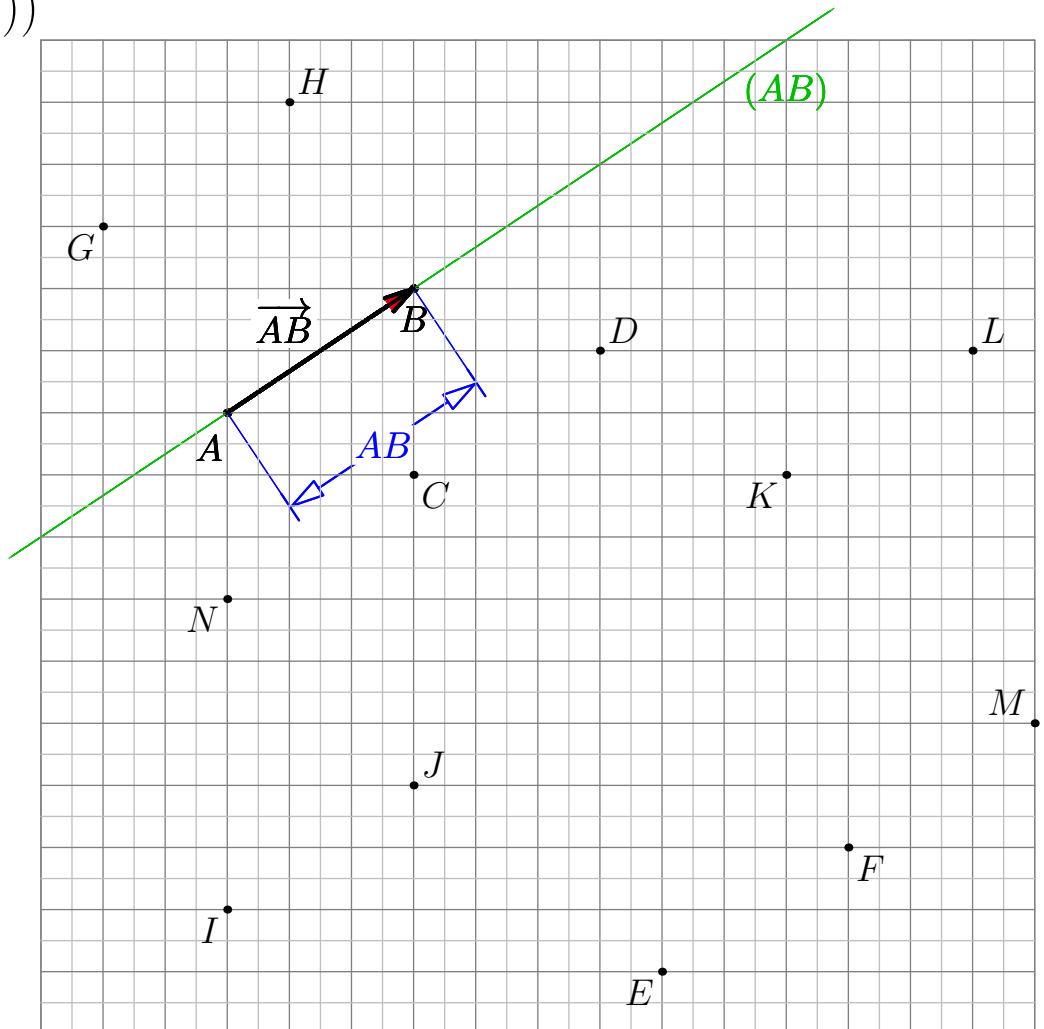


- Un vecteur \overrightarrow{AB} est aussi définissable par:

- sa **direction** (celle de la droite (AB))
- son **sens** (de A vers B)
- sa **longueur** (à savoir AB)

- À l'aide des points de la figure, donner deux vecteurs ayant:

- des directions différentes:

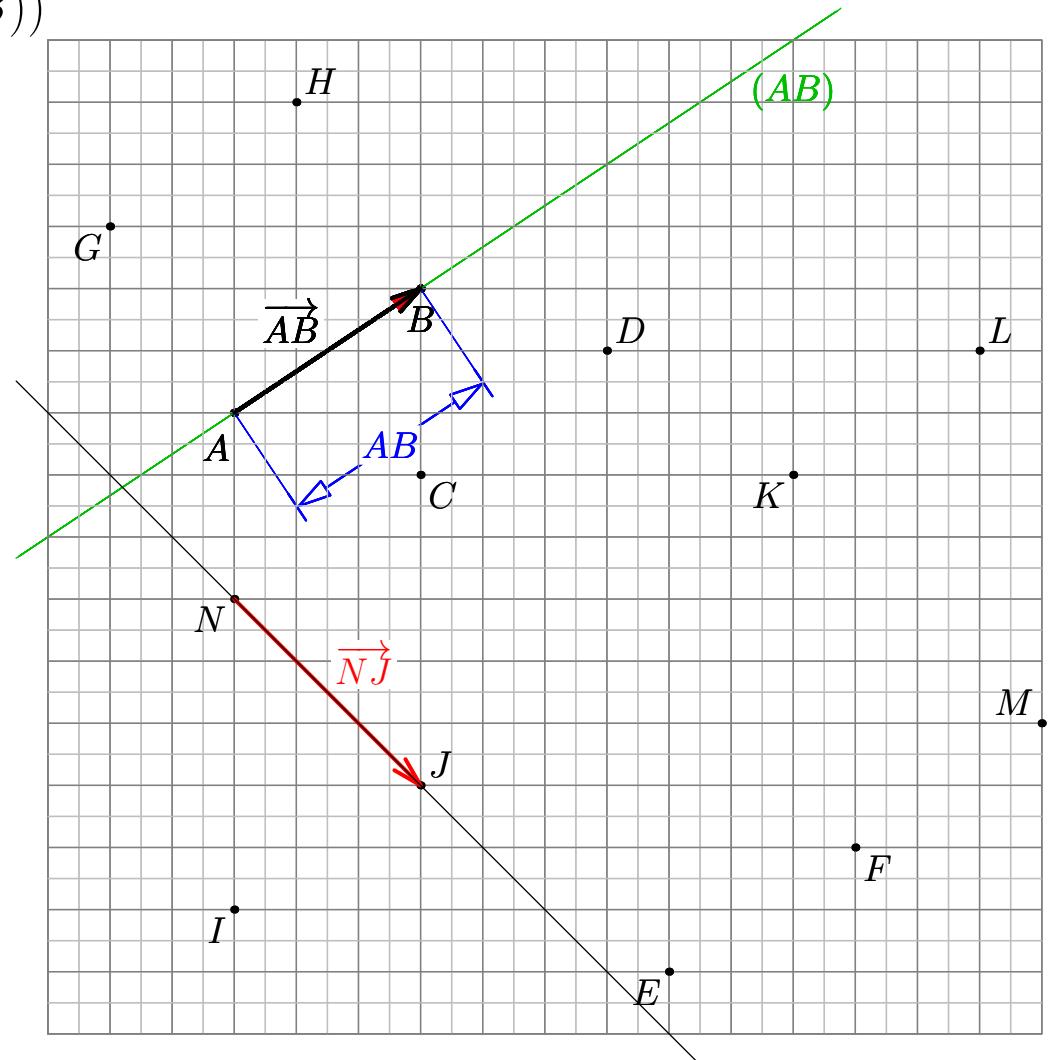


- Un vecteur \overrightarrow{AB} est aussi définissable par:

- sa **direction** (celle de la droite (AB))
- son **sens** (de A vers B)
- sa **longueur** (à savoir AB)

- À l'aide des points de la figure, donner deux vecteurs ayant:

- des directions différentes:
 $\rightsquigarrow \overrightarrow{AB}$ et \overrightarrow{NJ} (donc $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{NJ}$)

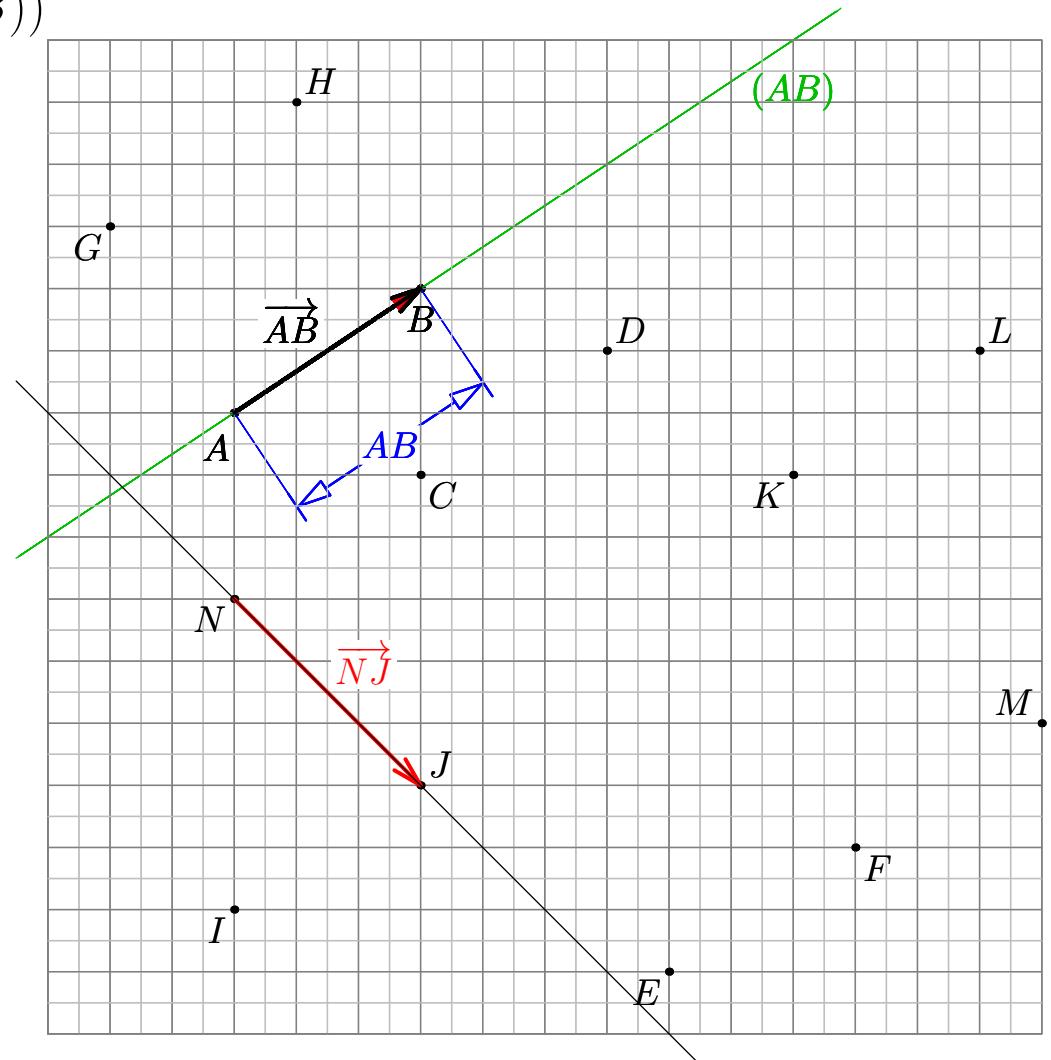


- Un vecteur \overrightarrow{AB} est aussi définissable par:

- sa **direction** (celle de la droite (AB))
- son **sens** (de A vers B)
- sa **longueur** (à savoir AB)

- À l'aide des points de la figure, donner deux vecteurs ayant:

- des directions différentes:
 $\rightsquigarrow \overrightarrow{AB}$ et \overrightarrow{NJ} (donc $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{NJ}$)
- des directions égales mais des sens différents:

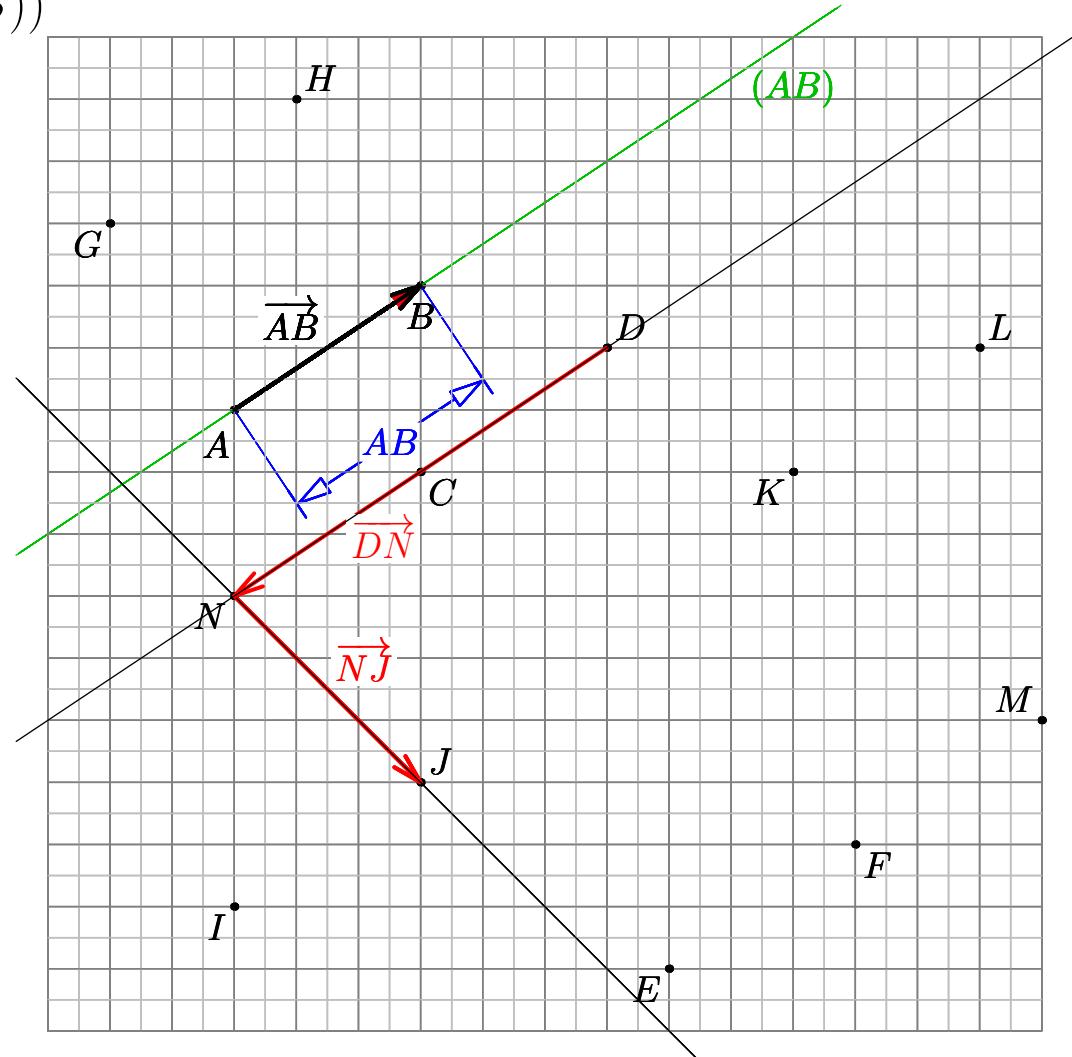


- Un vecteur \overrightarrow{AB} est aussi définissable par:

- sa **direction** (celle de la droite (AB))
- son **sens** (de A vers B)
- sa **longueur** (à savoir AB)

- À l'aide des points de la figure, donner deux vecteurs ayant:

- des directions différentes:
 $\rightsquigarrow \overrightarrow{AB}$ et \overrightarrow{NJ} (donc $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{NJ}$)
- des directions égales mais des sens différents:
 $\rightsquigarrow \overrightarrow{AB}$ et \overrightarrow{DN} (donc $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{DN}$)

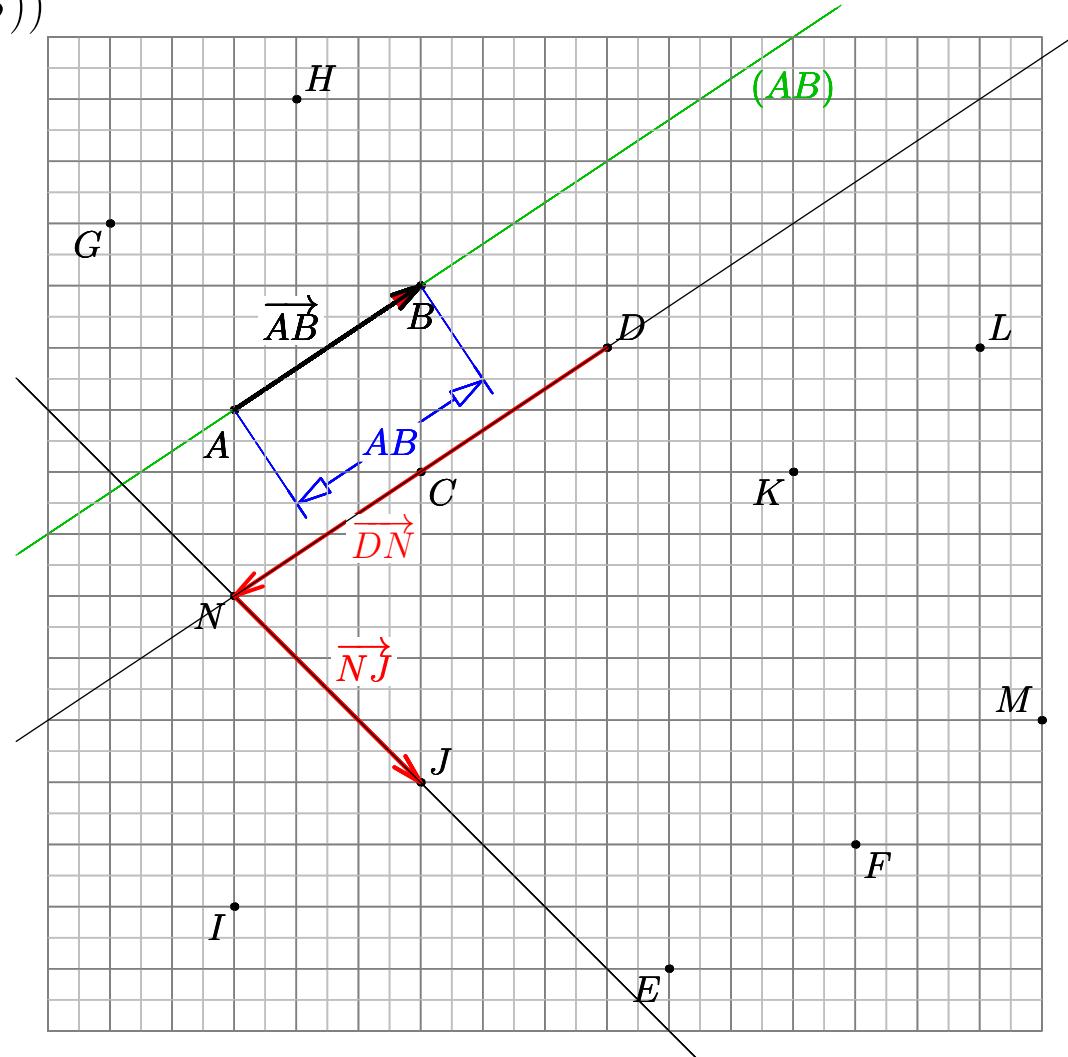


- Un vecteur \overrightarrow{AB} est aussi définissable par:

- sa **direction** (celle de la droite (AB))
- son **sens** (de A vers B)
- sa **longueur** (à savoir AB)

- À l'aide des points de la figure, donner deux vecteurs ayant:

- des directions différentes:
 $\rightsquigarrow \overrightarrow{AB}$ et \overrightarrow{NJ} (donc $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{NJ}$)
- des directions égales mais des sens différents:
 $\rightsquigarrow \overrightarrow{AB}$ et \overrightarrow{DN} (donc $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{DN}$)
- des directions et des sens égaux mais des longueurs différentes:

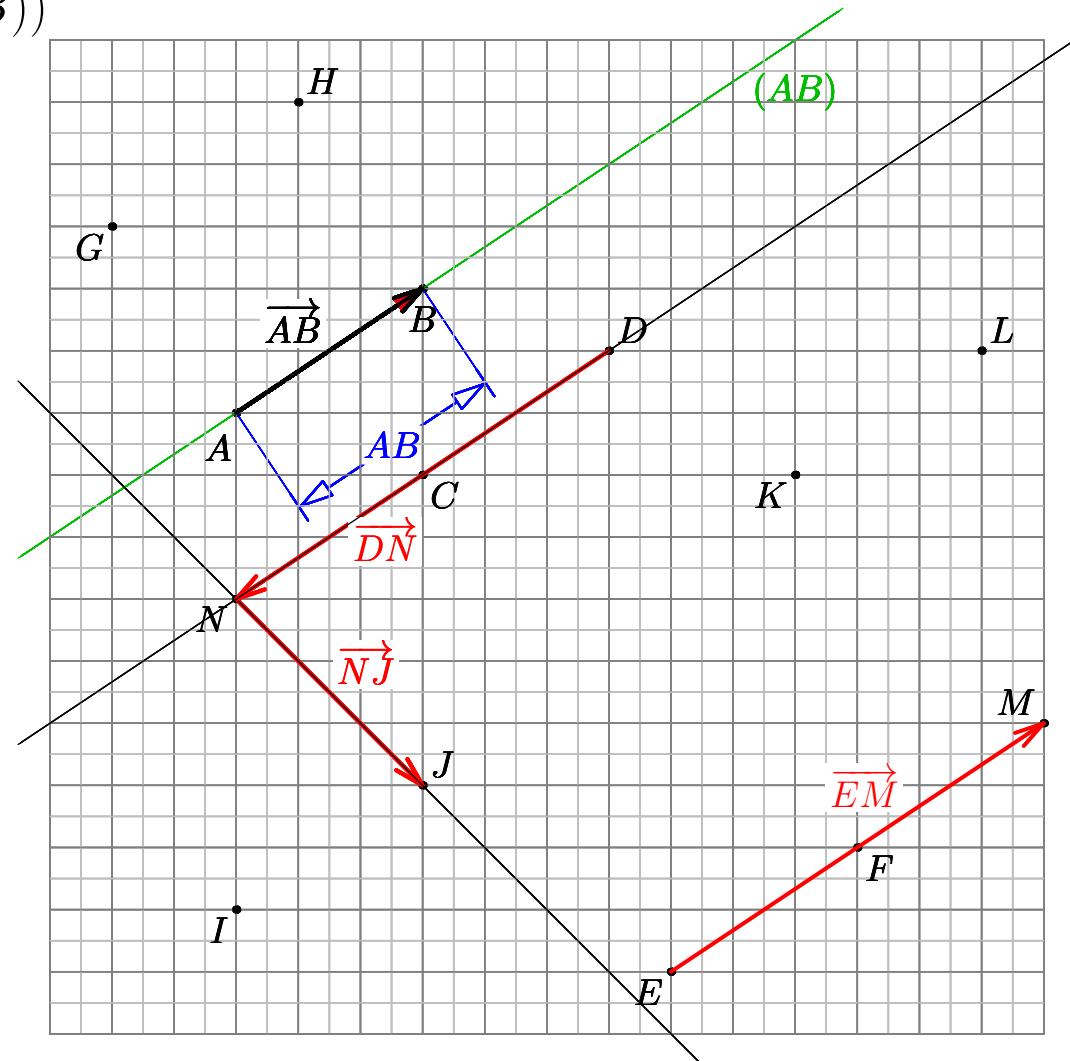


- Un vecteur \overrightarrow{AB} est aussi définissable par:

- sa **direction** (celle de la droite (AB))
- son **sens** (de A vers B)
- sa **longueur** (à savoir AB)

- À l'aide des points de la figure, donner deux vecteurs ayant:

- des directions différentes:
 $\rightsquigarrow \overrightarrow{AB}$ et \overrightarrow{NJ} (donc $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{NJ}$)
- des directions égales mais des sens différents:
 $\rightsquigarrow \overrightarrow{AB}$ et \overrightarrow{DN} (donc $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{DN}$)
- des directions et des sens égaux mais des longueurs différentes:
 $\rightsquigarrow \overrightarrow{AB}$ et \overrightarrow{EM} (donc $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{EM}$)

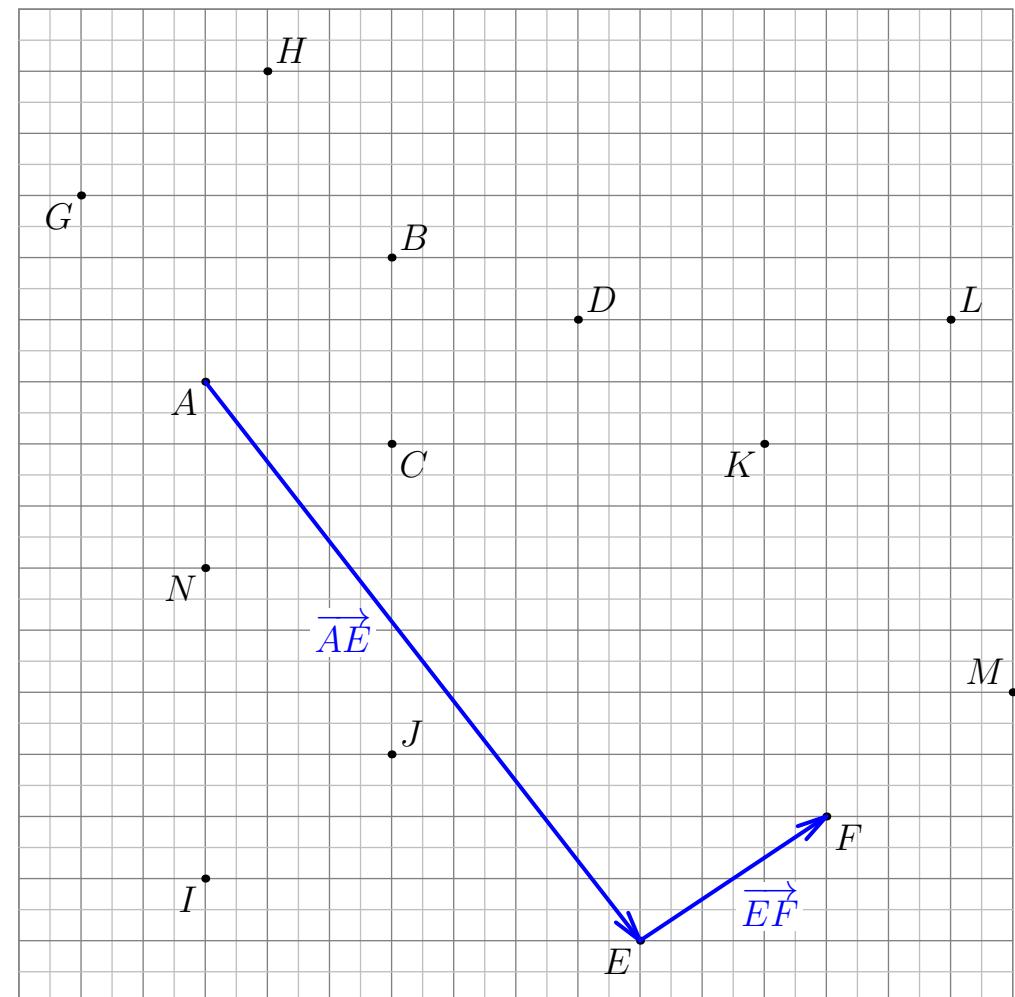


- L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse:
«Si deux vecteurs sont égaux alors ils ont des directions égales»?

- L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse:
«Si deux vecteurs sont égaux alors ils ont des directions égales»?
~ Oui (d'après la définition précédente)
- Énoncer l'affirmation qui est la réciproque de la précédente. Est-elle vraie?

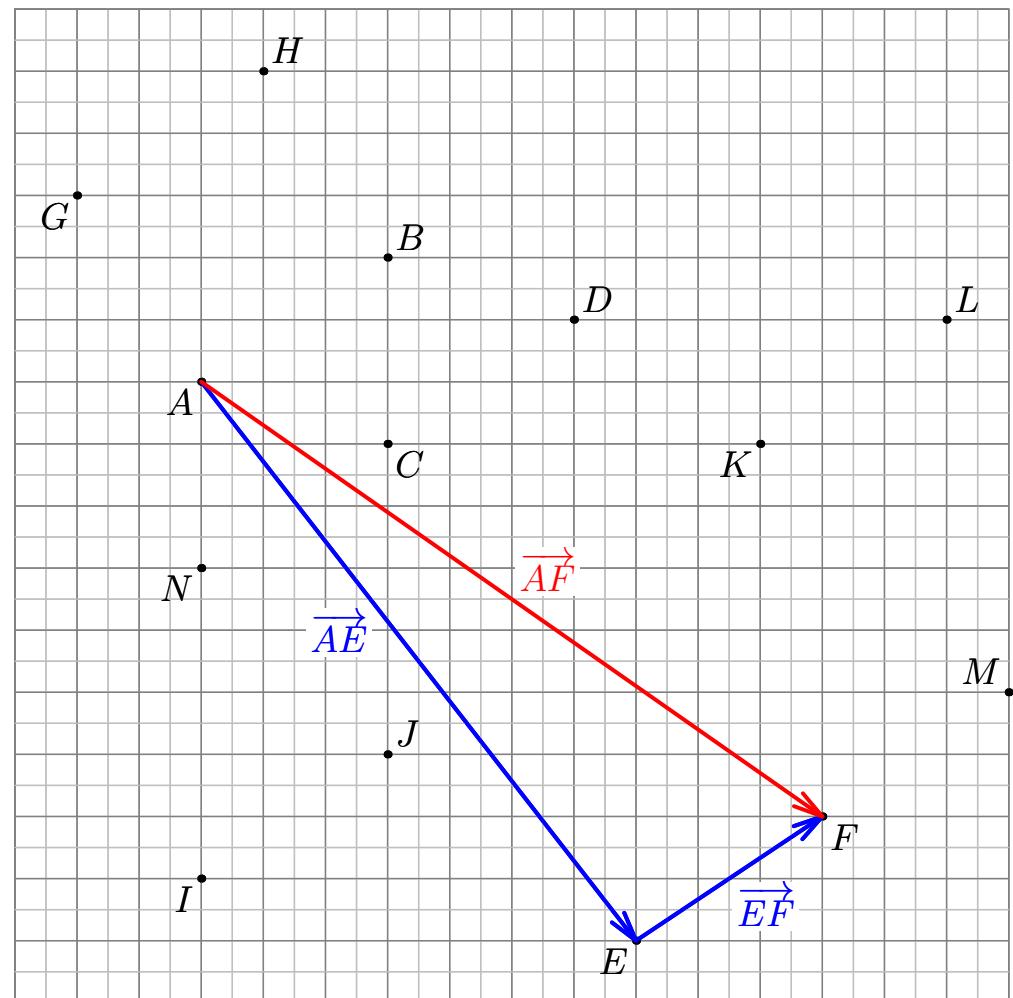
- L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse:
«Si deux vecteurs sont égaux alors ils ont des directions égales»?
~ Oui (d'après la définition précédente)
- Énoncer l'affirmation qui est la réciproque de la précédente. Est-elle vraie?
~ L'affirmation réciproque de la précédente est:
«Si deux vecteurs ont des directions égales, alors ils sont égaux».
Cette affirmation est fausse (d'après la définition précédente).

- On enchaîne maintenant la translation de vecteur \overrightarrow{AE} suivie de celle de vecteur \overrightarrow{EF} . On admet que cet enchaînement définit une nouvelle translation. Quel est le vecteur de cette translation?



- On enchaîne maintenant la translation de vecteur \overrightarrow{AE} suivie de celle de vecteur \overrightarrow{EF} . On admet que cet enchaînement définit une nouvelle translation. Quel est le vecteur de cette translation?

→ C'est le vecteur \overrightarrow{AF} ,
puisque l'image de A est F .

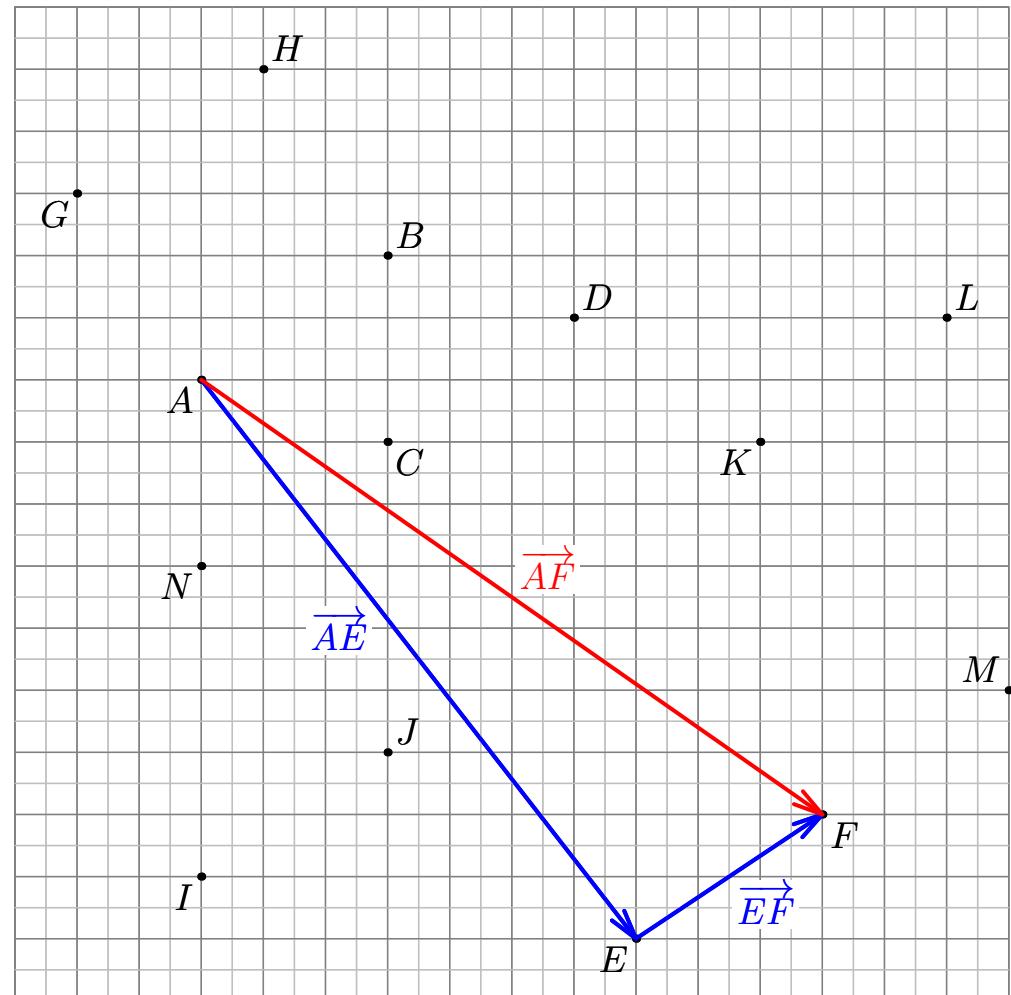


- On enchaîne maintenant la translation de vecteur \overrightarrow{AE} suivie de celle de vecteur \overrightarrow{EF} . On admet que cet enchaînement définit une nouvelle translation. Quel est le vecteur de cette translation?

→ C'est le vecteur \overrightarrow{AF} ,
puisque l'image de A est F .

- Par définition, le vecteur somme du vecteur \overrightarrow{AE} et du vecteur \overrightarrow{EF} est le vecteur \overrightarrow{AF} :

$$\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} \quad \text{Relation de Chasles}$$



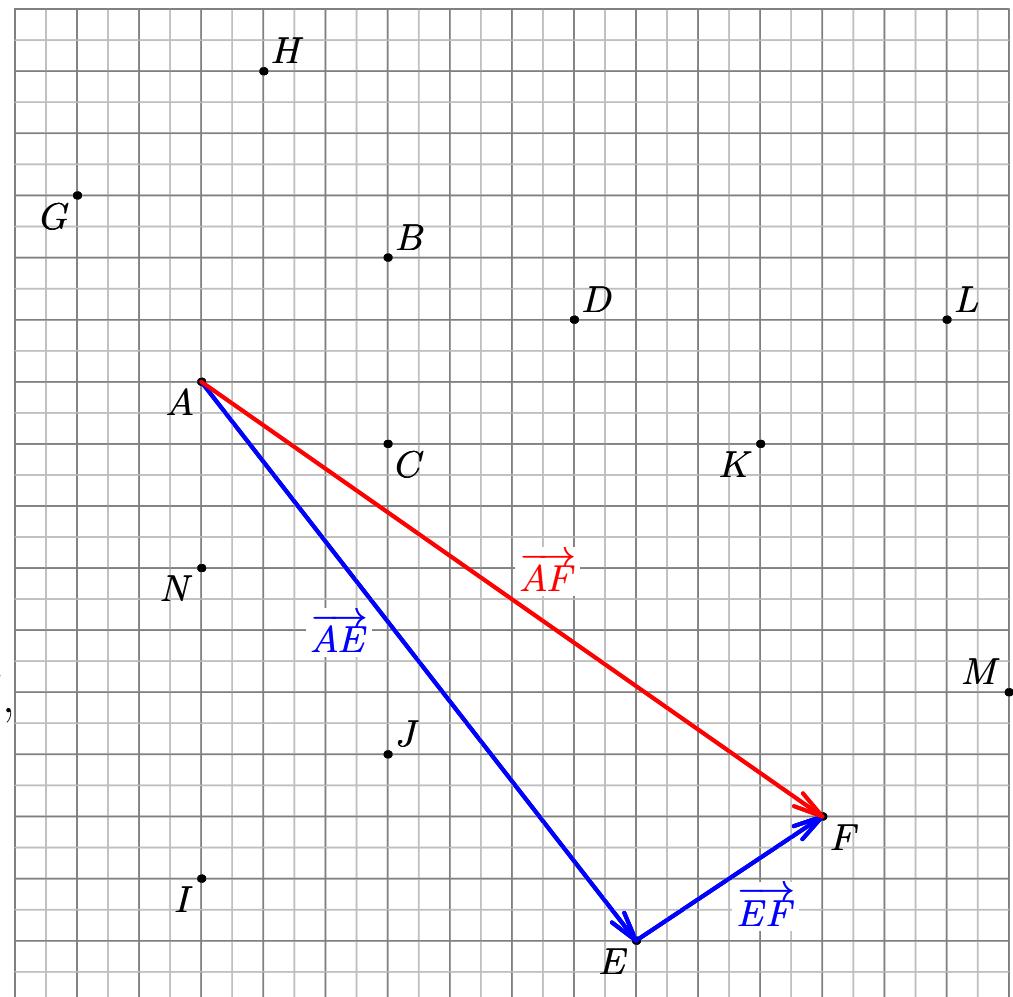
- On enchaîne maintenant la translation de vecteur \overrightarrow{AE} suivie de celle de vecteur \overrightarrow{EF} . On admet que cet enchaînement définit une nouvelle translation. Quel est le vecteur de cette translation?

→ C'est le vecteur \overrightarrow{AF} ,
puisque l'image de A est F .

- Par définition, le vecteur somme du vecteur \overrightarrow{AE} et du vecteur \overrightarrow{EF} est le vecteur \overrightarrow{AF} :

$$\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} \quad \text{Relation de Chasles}$$

- Utiliser la définition précédente pour déterminer les vecteurs: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{JF}$



- On enchaîne maintenant la translation de vecteur \overrightarrow{AE} suivie de celle de vecteur \overrightarrow{EF} . On admet que cet enchaînement définit une nouvelle translation. Quel est le vecteur de cette translation?

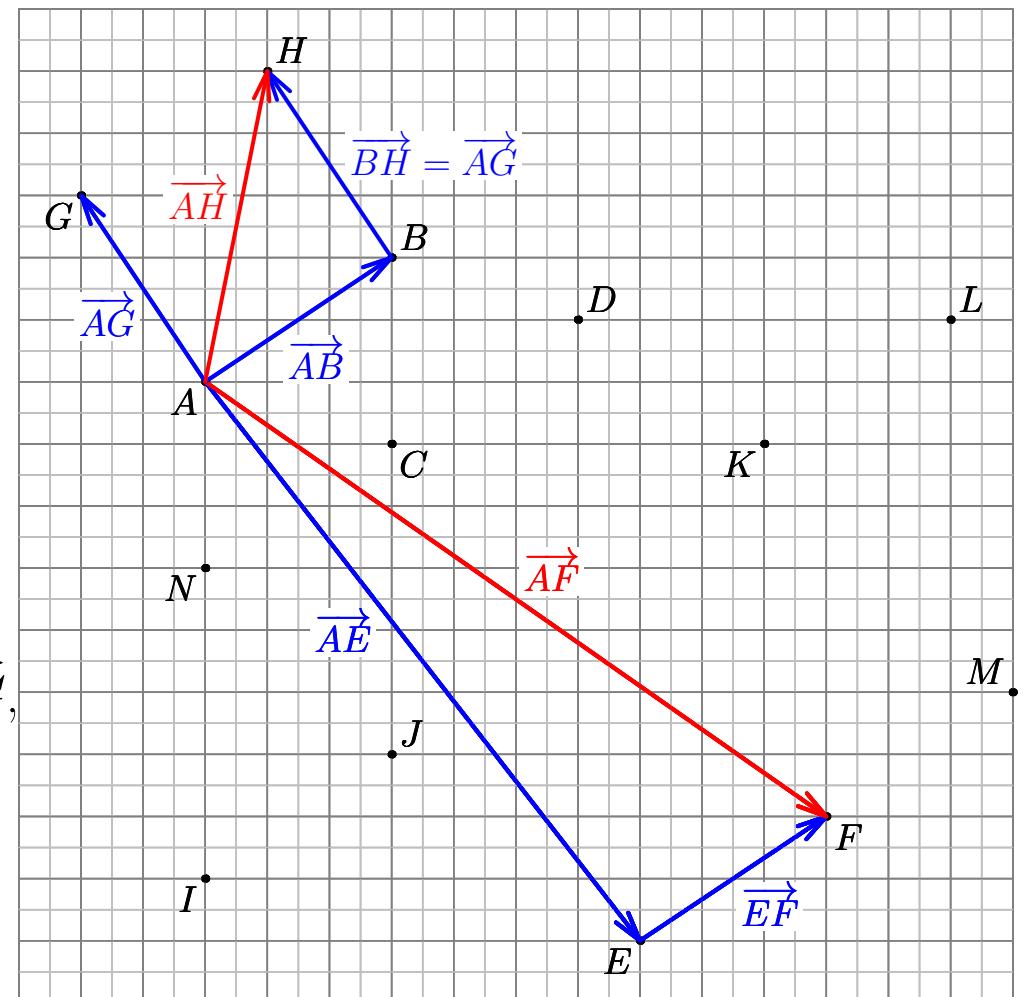
~ C'est le vecteur \overrightarrow{AF} ,
puisque l'image de A est F .

- Par définition, le vecteur somme du vecteur \overrightarrow{AE} et du vecteur \overrightarrow{EF} est le vecteur \overrightarrow{AF} :

$$\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} \quad \text{Relation de Chasles}$$

- Utiliser la définition précédente pour déterminer les vecteurs: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{JF}$

$$\sim \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BH} = \overrightarrow{AH}$$



- On enchaîne maintenant la translation de vecteur \overrightarrow{AE} suivie de celle de vecteur \overrightarrow{EF} . On admet que cet enchaînement définit une nouvelle translation. Quel est le vecteur de cette translation?

~ C'est le vecteur \overrightarrow{AF} ,
puisque l'image de A est F .

- Par définition, le vecteur somme du vecteur \overrightarrow{AE} et du vecteur \overrightarrow{EF} est le vecteur \overrightarrow{AF} :

$$\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AF} \quad \text{Relation de Chasles}$$

- Utiliser la définition précédente pour déterminer les vecteurs: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{JF}$

$$\sim \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BH} = \overrightarrow{AH}$$

$$\sim \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{JF} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IE} = \overrightarrow{AE}$$

